Tout ce qui est à savoir sur les puissances

de la 4ème à la terminale

Lorsque n est un entier positif :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a \times a}_{\text{n facteurs tous égaux à } a}$$

Lorsque $n=0$

$$a^0 = 1$$

Quel que soit le nombre a, réel ou même complexe

Pour tout entier n, positif ou négatif.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Terminale : valable aussi pour $a>0$ et $n \in \mathbb{R}$

Remarque : a doit être non-nul puisqu'il apparaît au dénominateur.

Exemple : $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{9}$

Pour tout n entier strictement positif :

10^n = 1 00...0
avec n zéros derrière le 1

10^{-n} = 0,0...01
où le 1 est au nième rang après la virgule

Écriture scientifique :

Tout nombre décimal autre que 0 admet une écriture unique sous la forme :

$\pm\, a \times 10^n$ où $a \in [1;10[$ [1] et n est un entier relatif.

Cette écriture s'appelle l'écriture scientifique du nombre décimal.

Au lieu de $2{,}3 \times 10^{-7}$, la calculatrice écrira : $2{,}3\mathrm{E}-7$

ne pas confondre $3\,\mathrm{E}-2 = 3 \times 10^{-2} = 3 \times 0{,}01 = 0{,}03$ avec $3^{-2} = \frac{1}{9}$

Complément hors-programme : l'écriture « ingénieur », c'est comme l'écriture scientifique, à la différence que $a \in [1;1000[$ et n un multiple de 3.

Pour la terminale :

$a^n = \mathrm{e}^{n \ln(a)}$ pour tout $a>0$ et tout $n \in \mathbb{R}$

1 Cela signifie que a est compris entre 1 inclus et 10 exclus.

Les 5 formules à savoir absolument par ♥ pour calculer avec les puissances :
(au besoin, lors des exercices, les réécrire pour les avoir sous les yeux)

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

Valables dans les cas suivants :

cas 1 : n et m sont des entiers et a un réel quelconque, qui doit bien sûr être non-nul s'il se retrouve à une puissance négative ou au dénominateur.

cas 2 (terminale) : a est un réel strictement positif et n et m sont deux réels quelconques.

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Valable : cas 1 : a et b sont réels et n entier, avec a et b non-nuls s'ils sont au dénominateur ou à une puissance négative.

cas 2 (terminale) : a et b sont réels et strictement positifs, et n réel quelconque.

La puissance, donc, **se distribue sur la multiplication et sur la division**.

⚠ Erreur fréquente : la puissance ne se distribue PAS sur + et –.

$$(a+b)^n \neq a^n + b^n$$

$$(a-b)^n \neq a^n - b^n$$

(penser aux identités remarquables dans le cas où n=2)

Penser « Il y a trois niveaux de priorité » :

la puissance $>$ $\times$ et $\div$ $>$ $+$ et $-$

(la puissance) est prioritaire sur ($\times$ et $\div$) ; ($\times$ et $\div$) est prioritaire sur ($+$ et $-$)

Une opération ne peut se distribuer que sur le niveau de priorité qui le précède.

Rappel : $\times$ se distribue sur + et sur –

⚠ Erreur fréquente : ne pas confondre $(-7)^2$ et -7^2.

Comme la puissance est prioritaire sur les 4 opérations et en particulier sur –, dans le second cas, elle ne s'applique qu'au 7 sans englober le – :

$$(-7)^2 = (-7)\times(-7) = +49 \text{ tandis que } -7^2 = -(7\times 7) = -49$$

d'après la règle des signes