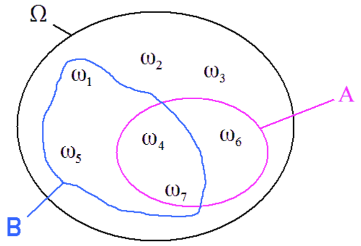
Fiche bachotage : 2^{nde} Ch1 – $1^{ère}$ ST2S Ch2 - Probabilités conditionnelles

Événements :

 Ω est l'univers d'une expérience aléatoire à 7 issues. $\Omega=\{\ \omega_1\ ;\omega_2\ ;\omega_3\ ;\omega_4\ ;\omega_5\ ;\omega_6\ \ ;\omega_7\ \}$ A est un événement de Ω qui comprend trois issues : $A=\{\ \omega_4\ ;\omega_6\ \ ;\omega_7\ \}$ B est un événement de Ω qui comprend trois issues : $B=\{\ \omega_1\ ;\omega_4\ ;\omega_5\ ;\omega_7\ \}$ Expliciter en notation ensembliste les événements : $A\cap B$, $A\cup B$, $\overline{A}$, $A\cap B$, $\overline{A\cap B}$, $\overline{A}\cap\overline{B}$, et $A\cup\overline{B}$	$A\cap B=\{\ \omega_4\ ;\omega_7\ \}$ (« A inter B ») $A\cup B=\Omega=\{\ \omega_1\ ;\omega_4\ ;\omega_5\ ;\omega_6\ \ ;\omega_7\ \}$ (« A union B ») $\overline{A}=\{\ \omega_1\ ;\omega_2\ ;\omega_3\ ;\omega_5\ \}$ $\overline{A\cap B}=\{\ \omega_1\ ;\omega_2\ ;\omega_3\ ;\omega_5\ ;\omega_6\ \}$ (Ce qui est hors de l'intersection de A et de B) $\overline{A}\cap\overline{B}=\{\ \omega_2\ ;\omega_3\ \}$ (ce qui est à la fois dans $\overline{A}$ et dans $\overline{B}$) $A\cup\overline{B}=\{\ \omega_2\ ;\omega_3\ ;\omega_4\ ;\omega_6\ \ ;\omega_7\ \}$ (Ce qui est dans A ou hors de B)
<u>Vocabulaire</u> : comment nomme-t-on l'événement $\overline{A}$?	**<u>L'événement contraire</u>** de A. (Ou le complémentaire de A dans Ω)
Qu'est-ce qu'un **<u>événement élémentaire</u>** ?	Un événement qui ne contient qu'une seule issue. <u>Exemple</u> : $\{\ \omega_6\ \}$
Quand dit-on que deux **<u>événements</u>** sont **<u>incompatibles</u>** ou (synonyme) **<u>disjoints</u>** ?	Quand leur intersection est vide, c'est-à-dire quand ils n'ont pas d'issue en commun.
Comment se lisent les symboles ∪ et ∩ ?	Union et Inter.
<u>Compléter</u> : une issue appartient à $A\cap B$ lorsqu'elle appartient à A … à B. une issue appartient à $A\cup B$ lorsqu'elle appartient à A … à B.	ET OU (c'est-à-dire <u>au moins</u> à l'un ou à l'autre)

Calculs de probabilités (bases) :

Quelle formule relie P(A∩B) et P(A∪B) ?	$\boxed{P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)}$
Quand a-t-on P(A∪B)=P(A)+P(B) ?	Lorsque A et B sont incompatibles, car alors P(A∩B)=0
Comment calcule-t-on $P(\overline{A})$ à partir de P(A) ?	$\boxed{P(\overline{A})=1-P(A)}$
Comment nomme-t-on $P_A(B)$ et comment le calcule-t-on ? (En supposant que $P(A)\neq 0$)	$\boxed{P_A(B)}$ est la **<u>probabilité de B sachant A</u>**, ou la **<u>probabilité de B parmi A</u>**. $\boxed{P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}}$ Bien diviser par la probabilité de l'ensemble dans lequel on calcule la probabilité conditionnelle : celui qui est après le « sachant » ou le « parmi ».

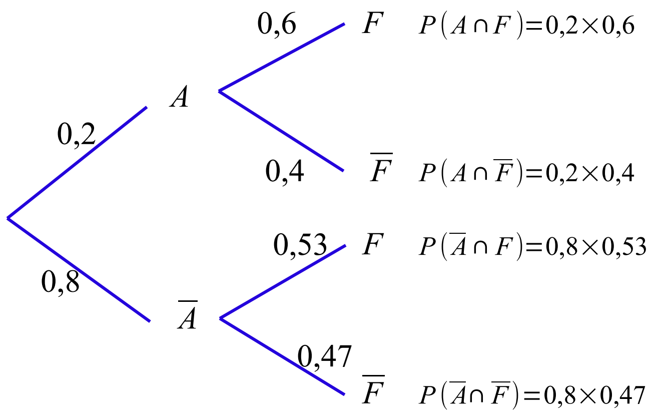
Arbres pondérés.

Dans une ville, 20 % de la population a plus de 60 ans.
Parmi les habitants de plus de 60 ans, 60 % sont de sexe féminin.
Parmi les habitants de moins de 60 ans, 53 % sont de sexe féminin.

1) Faire un arbre pondéré (avec des probabilités écrites sous forme décimale sur les branches et à l'extrémité de chaque branche, la probabilité du chemin sous forme d'un calcul) correspondant à cette situation.

Notations :
A= l'ensemble des personnes de plus de 60 ans.
F=l'ensemble des personnes de sexe féminin.

2) On choisit au hasard un habitant de cette ville.
a) Quelle est la probabilité pour qu'il s'agisse d'un homme de plus de 60 ans ?
b) Quelle est la probabilité pour que ce soit une habitante de sexe féminin ? (indiquer le calcul)



$P(A\cap \overline{F})=0{,}2\times 0{,}4=0{,}08$

$P(F)=P(A\cap F)+P(\overline{A}\cap F)=0{,}2\times 0{,}6+0{,}8\times 0{,}53$

Règles d'utilisation d'un arbre pondéré :

- Citer la **loi des nœuds**.
- Citer la **loi des chemins**.
- Dans un arbre pondéré, comment calcule-t-on la probabilité d'un événement A ?

- Loi des nœuds : La somme des probabilités inscrites sur les branches issues d'un même nœud vaut 1.
- Loi des chemins : La probabilité d'une issue représentée par un chemin est égale au **produit** des probabilités inscrites sur les branches de ce chemin.
- La probabilité d'un événement A est la somme des probabilités des issues associées aux chemins qui conduisent à la réalisation de A.

Formule de probabilités totales :

Vocabulaire : Soit Ω l'univers d'une expérience aléatoire. Qu'appelle-t-on une **partition** de Ω ?

Un ensemble d'événements incompatibles deux à deux et dont la réunion est Ω.

Par exemple, A, B et C formeront une partition de Ω si et seulement si les deux conditions suivantes sont vérifiées:

- $A\cap B=A\cap C=B\cap C=\emptyset$
- $A\cup B\cup C=\Omega$

Dans une classe, on a des internes, des demi-pensionnaires et des externes. On choisit un élève au hasard dans la classe. On note les évéments :
I= « L'élève est interne »
D= « L'élève est demi-pensionnaire »
E= « L'élève est externe »
F= « L'élève est une fille ».
1) Lesquels de ces événements forment une partition de l'univers des possibles ?
2) Calculer P(F) sachant que $P(I\cap F)=P(D\cap F)=0{,}2$ et que $P(E\cap F)=0{,}1$.

1) I, D et E forment une partition de l'univers des possibles : en effet, ils sont deux à deux incompatibles et leur réunion forme l'ensemble des possibles.

2) $P(F)=P(I\cap F)+P(D\cap F)+P(E\cap F)=0{,}2+0{,}2+0{,}1=0{,}5$