2008/2009 – 2nde 4 – Corrigé du devoir Maison n°3

<u>Exercice 7 page 140</u> :

$(E_1)\ x - 3x = 0$
$(E_1) \Leftrightarrow x\,(x - 3) = 0$
$(E_1) \Leftrightarrow x = 0$ ou $x - 3 = 0$
$(E_1) \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 3$
$\boxed{S = \{ 0 ; 3\}}$

$(E_3)\ 3x^2 = 18x$
$(E_3) \Leftrightarrow 3x^2 - 18x = 0$
$(E_3) \Leftrightarrow 3x\,(x - 6) = 0$
$(E_3) \Leftrightarrow 3x = 0$ ou $x - 6 = 0$
$(E_3) \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 6$
$\boxed{S = \{ 0 ; 6 \}}$

$(E_2)\ -2x^2 + 8x = 0$
$(E_2) \Leftrightarrow 2x\,(- x + 4) = 0$
$(E_2) \Leftrightarrow 2x = 0$ ou $- x + 4 = 0$
$(E_2) \Leftrightarrow x = 0$ ou $- x = - 4$
$(E_2) \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 4$
$\boxed{S = \{ 0 ; 4 \}}$

$(E_4)\ (2x-1)(x+1) - (2x-1)(3x-5) = 0$
$(E_4) \Leftrightarrow (2x - 1)(x + 1 - (3x - 5)) = 0$
$(E_4) \Leftrightarrow (2x - 1)(x + 1 - 3x + 5) = 0$
$(E_4) \Leftrightarrow (2x - 1)(- 2x + 6) = 0$
$(E_4) \Leftrightarrow 2x - 1 = 0$ ou $- 2x + 6 = 0$
$(E_4) \Leftrightarrow 2x = 1$ ou $-2x = - 6$
$(E_4) \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ ou $x = 3$

$\boxed{S = \{ \frac{1}{2} ; 3 \}}$

<u>Exercice 12 page 140</u> :

$(E_5)\ \dfrac{- 3x + 6}{x + 1} = 0$
Valeur interdite : $x + 1 = 0$
$x = - 1$
On résout pour $x \neq - 1$ ou dans $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$
$(E_5) \Leftrightarrow (-3x+6)=0\times(x+1)$
On a le droit de multiplier les deux
Membres par $x + 1$ car $x + 1 \neq 0$
$(E_5) \Leftrightarrow -3x + 6 =0$
$(E_5) \Leftrightarrow - 3x = - 6$
$(E_5) \Leftrightarrow x = 2$
2 n'est pas valeur interdite
Donc $\boxed{S = \{2\}}$

$(E_6)\ \dfrac{x^2 - 4}{x + 2} = 0$
Valeur interdite : $x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = - 2$
On résout dans $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$
$(E_6) \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \times (x + 2)$
On a le droit de multiplier les deux membres
par $x = 2$ car $x + 2 \neq 0$
$(E_6) \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0$
$(E_6) \Leftrightarrow (x + 2)(x - 2) = 0$
$(E_6) \Leftrightarrow x + 2 = 0$ ou $x - 2 = 0$
$(E_6) \Leftrightarrow x = - 2$ ou $x = 2$
Mais $- 2$ est valeur interdite
Donc $\boxed{S = \{2\}}$

$(E_7)\ \dfrac{2x - 5}{x + 3} = 1$
Valeur interdite : $x + 3 = 0$
Soit $x = - 3$
On résout dans $\mathbb{R}\backslash\{-3\}$
$(E_7) \Leftrightarrow 2x - 5 = 1\times(x + 3)$ car $x \neq -3$
$(E_7) \Leftrightarrow 2x - 5 = x + 3$
$(E_7) \Leftrightarrow x = 8$

8 n'est pas valeur interdite

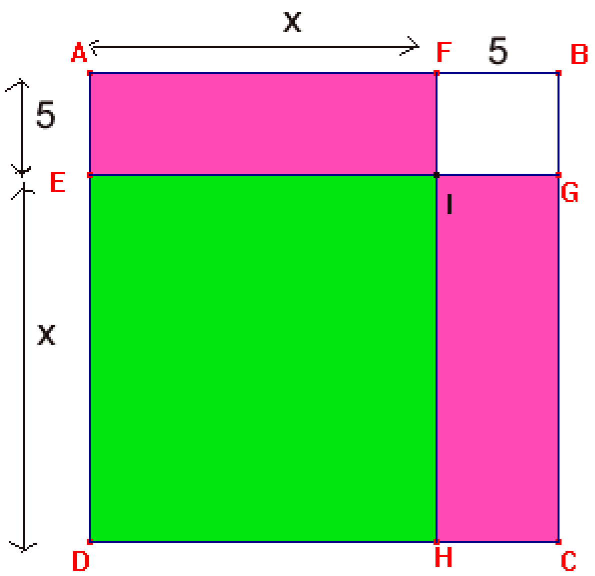
$\boxed{S = \{ 8 \}}$

$(E_8)\ \dfrac{-3x}{x - 1} = 2$
Valeur interdite : $x - 1 = 0$
soit $x = 1$
On résout dans $\mathbb{R}\backslash\{1\}$
$(E_8) \Leftrightarrow - 3x = 2\,(x - 1)$ car $x \neq 1$
$(E_8) \Leftrightarrow - 3x = 2x - 2$
$(E_8) \Leftrightarrow - 5x = - 2$
$(E_8) \Leftrightarrow x = \frac{2}{5}$ qui n'est pas valeur interdite

$\boxed{S = \{ \frac{2}{5} \}}$

N°80 p 148

On nomme les points de la figure pour une meilleure clarté de la rédaction



1) Les aires coloriées en rouge valent 5x (aire d'un rectangle = Longueur × largeur)

2) Exprimons de deux manières l'aire coloriée.

Aire coloriée = Aire ABCD – Aire FBGI
$= (x+5)^2 - 5^2$
$= \boxed{(x+5)^2 - 25}$ d'une part

(Aire d'un carré = côté^2)

Aire coloriée = Aire EIHD + Aire AFIE + Aire IGCH
$= x^2 + 5x + 5x$
$= \boxed{x^2 + 10x}$ D'autre part

L'aire coloriée vaut donc $\boxed{(x+5)^2 - 25 = x^2 + 10x}$

3) Résolvons l'équation $\boxed{x^2 + 10x = 39}$ (E)

On a vu précédemment que $(x+5)^2 - 25 = x^2 + 10x$

(du moins pour tout nombre x positif, mais on peut vérifier en développant que c'est vrai pour tout nombre x réel : $(x+5)^2 - 25 = x^2 + 10x + 25 - 25 = x^2 + 10x$ pour tout nombre réel x)

On remplace $x^2 - 10x$ par $(x+5)^2 - 25$ dans l'équation (E)

On obtient $(x+5)^2 - 25 = 39$

$\Leftrightarrow (x+5)^2 = 64$
$\Leftrightarrow x+5 = \sqrt{64}$ ou $x+5 = -\sqrt{64}$
$\Leftrightarrow x+5 = 8$ ou $x+5 = -8$
$\Leftrightarrow x = 3$ ou $x = -13$

$\boxed{S = \{-13\,;\,3\}}$

<u>Note</u> : Personnellement, je trouve un peu illogique de faire prouver une égalité à partir d'une figure où x représente une longueur, donc un nombre positif, pour ensuite résoudre une équation dont l'une des solutions est négative : la question se pose alors : doit-on garder cette solution négative comme recevable, puisque x était supposé positif ?
On aurait peut-être dû ajouter une question entre la 2 et la 3, demandant de prouver que l'égalité $(x+5)^2 - 25 = x^2 + 10x$ est vraie en général, c'est-à-dire pour tout nombre réel x, quel que soit son signe. (Il suffit de développer $(x+5)^2 - 25 = x^2 + 10x$ pour le vérifier)