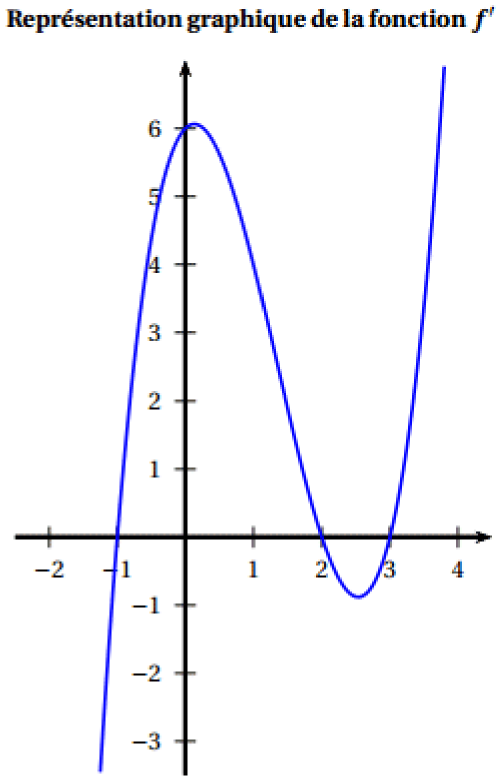
Terminale STAV – Exercice 2 du Bac 2012 Polynésie juin 2012

Cet exercice peut être fait en 1ère ou en début de terminale, car seules des notions sur la dérivation et les équations de droites interviennent.

Énoncé :

Soient f une fonction définie sur $[-2;4]$ et f' sa fonction dérivée.
La courbe représentative de la fonction dérivée f', notée $\mathscr{C}_{f'}$, est donnée ci-contre. On notera $\mathscr{C}_f$ la représentation graphique de la fonction f.



1) En vous appuyant sur la représentation de f', compléter le tableau de signes de $f'(x)$ fourni plus loin.

2) En déduire les variations de f sur l'intervalle [-2;4]

3) QCM.

a) Par lecture graphique, on obtient :

□ $f'(1)=4$ □ $f'(1)=-3$ □ $f'(1)=6$

b) L'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ en son point d'abscisse $x=1$ est :

□ $y=-3x+8$ □ $y=8x+3$ □ $y=4x+12$

Tableau de signes de f' à compléter (question 1) :

x	-2 4
signe de $f'(x)$	

(Corrigé page suivante)

Corrigé

1)

x	-2		-1		2		3		4
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

C'est bien le graphique de la courbe de f' et non de celle de f que l'on dispose. On ne lit donc pas les variations de la fonction mais son signe. Pour commencer, on repère les valeurs de x où la fonction s'annule et on les place dans la première ligne du tableau, avec des zéros dans la seconde ligne. Ensuite, dans les intervalles, si la courbe se situe au-dessus de l'axe des abscisses, on note +, si elle se situe en-dessous de l'axe des abscisses, on note –.

2) Du signe de f' on déduit les variations de f, qui est strictement croissante sur les intervalles où f' est strictement positive, et strictement croissante sur les intervalles où f' est strictement négative.

x	-2		-1		2		3		4
variations de f	$f(-2)$	↘	$f(-1)$	↗	$f(2)$	↘	$f(3)$	↗	$f(4)$

Comme on n'a pas d'autre renseignement sur f que le graphique de sa dérivée, il ne nous est pas possible de calculer ni de lire les images de -2, de -1, de 2, de 3 et de 4 par f. On se contente donc de les noter $f(-2)$, $f(-1)$, $f(2)$, $f(3)$ et $f(4)$ dans le tableau.

3) a) On lit sur le graphique (voir ci-contre) $\boxed{f'(1)=4}$.

b) $f'(1)=4$ donc le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ en son point d'abscisse 1 est 4.

Les trois équations de droites proposées sont de la forme $y=mx+p$ où m est le coefficient directeur de la droite et p son ordonnée à l'origine. La seule des trois équations qui convient est celle où $m=4$, c'est-à-dire $\boxed{y=4x+12}$.

Représentation graphique de la fonction f'