Comment prouve-t-on par **récurrence** qu'une propriété $P(n)$ est vraie pour tout entier n supérieur ou égal à un entier n_0 donné ?	On prouve que : • $P(n_0)$ est vraie *(amorce de la récurrence)* • Que si $P(n)$ est vraie pour un certain rang n supérieur ou égal à n_0 *(hypothèse de récurrence au rang n)* • alors $P(n+1)$ est vraie. • On conclut que $P(n)$ est vraie pour tout n à partir de n_0.
Donner la définition de « la suite (u_n) **converge** vers un réel L »	Pour tout réel ε>0, il existe un rang n_0 tel que tous les termes de la suite (u_n) à partir du rang n_0 se situent dans l'intervalle]L-ε,L+ε[
Donner la définition de « la suite (u_n) **diverge vers +∞** »	Pour tout réel A, il existe un rang n_0 tel que, pour tout $n \geqslant n_0$, $u_n > A$. (C'est-à-dire $u_n \in$]A;+∞[
Qu'est-ce qu'une suite **divergente** ?	Une suite qui ne converge pas vers une limite finie. Une suite divergente peut avoir une limite infinie, mais peut aussi ne pas admettre de limite.
Citer les **suites de référence** et leurs limites respectives.	$\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$, $\left(\frac{1}{n}\right)$, $\left(\frac{1}{n^2}\right)$ et $\left(\frac{1}{n^3}\right)$, définies sur $\mathbb{N}^*$, convergent vers 0. $(\sqrt{n})$, (n), (n^2) et (n^3) divergent vers +∞
Citer le **théorème de comparaison des suites à limite infinie**.	Si, pour tout entier naturel n supérieur à un certain entier n_0 (On dit aussi « à partir d'un certain rang ») : • $u_n \leqslant v_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$ • $u_n \leqslant v_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -\infty$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$
Démontrer la première affirmation du théorème précédent. (démo exigible au bac)	Soit A un réel quelconque, aussi grand que l'on veut. • On note p le rang à partir duquel tous les termes de u_n sont dans]A;+∞[• On note n_0 le rang à partir duquel $u_n < v_n$. • On note N le plus grand des deux entiers p et n_0. Pour $n \geqslant N$, $u_n > A$ et $v_n \geqslant u_n$ dont $v_n > A$. Il existe donc un rang N à partir duquel tous les termes de (v_n) sont dans]A;+∞[Ce qui signifie que $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$.
Énoncer le **théorème des gendarmes** pour les suites (ou théorème d'encadrement)	Si, pour tout n à partir d'un certain rang, $u_n \leqslant v_n \leqslant w_n$ et si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} w_n$ = L, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ =L.
Opérations sur les limites : quelles sont les formes indéterminées ?	$(+\infty)+(-\infty)$, $0\times\infty$, $\frac{0}{0}$ et $\frac{\infty}{\infty}$. expressions absurdes à ne jamais écrire dans une copie !
Quand la limite de la suite $(q^n)_{n\in\mathbb{N}}$ vaut-elle 0 et quand vaut-elle +∞ ? La démonstration du cas $q>1$ est exigible au bac.	$\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0$ lorsque $-1 < q < 1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = +\infty$ lorsque q>1. (Si $q=1$, la suite est constante)

Que dire du comportement à l'infini de la suite (q^n) lorsque $q \leqslant -1$?	Il s'agit d'une suite alternée (un terme et le suivant sont de signes contraires) qui n'admet pas de limite. <u>Remarque</u> : une suite alternée peut converger vers 0, comme celle-ci dans le cas $-1 < q < 0$.
Qu'est-ce qu'une **suite majorée** ? **minorée** ? **bornée** ?	(u_n) est une suite majorée (resp. minorée) lorsqu'il existe un réel M (resp. m) tel que pour tout n, $u_n \leqslant M$ (resp. $u_n \geqslant m$) Une suite est bornée lorsqu'elle est à la fois majorée et minorée.
Citer le théorème de **convergence des suites monotones**. Si une **suite monotone** converge vers une limite finie, que représente cette limite pour la suite ?	Toute suite croissante et majorée converge. Toute suite décroissante et minorée converge. La limite finie d'une suite croissante est l'un de ses majorants (le plus petit). La limite finie d'une suite décroissante est l'un de ses minorants (le plus grand).
Que se passe-t-il lorsqu'une suite croissante n'est pas majorée ?	Elle diverge vers +∞
Et lorsqu'une suite décroissante n'est pas minorée ?	Elle diverge vers −∞

Soit $q > 1$. Comment prouve-t-on que la suite (u_n) définie pour tout n ∈ ℕ par $u_n = q^n$ diverge vers +∞ ?	• On pose $q = 1 + a$ avec donc $a > 0$. • On prouve par récurrence que, pour tout n , $q^n \geqslant 1 + na$. • Comme $a > 0$, $\lim\limits_{n \to +\infty} na = +\infty$; $\lim\limits_{n \to +\infty} 1 + na = +\infty$, donc, d'après le théorème de comparaison, $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$. Pour la démonstration par récurrence : • Au rang $n = 0$: $q^0 = 1$ $\quad 1 + 0a = 1$ On a bien $q^0 \geqslant 1 + 0a$ • HRn : On suppose que pour un certain $n \geqslant 0$, $q^n \geqslant 1 + na$. • $q^{n+1} = q^n \times q$ avec $q > 1$ Donc $q^{n+1} \geqslant q(1 + na)$ d'après HRn. Donc $q^{n+1} \geqslant (1 + a)(1 + na)$ Donc $q^{n+1} \geqslant 1 + a + na + na^2$ Donc $q^{n+1} \geqslant 1 + (n+1)a + na^2$ Et comme $na^2 > 0$, $q^{n+1} \geqslant 1 + (n+1)a$.