Terminale S - 4 exercices sur les nombres complexes
(forme algébrique – Conjugué – Équations – Représentation dans un repère)

Exercice 1 : On donne les nombres complexes $z_1=2-\mathrm{i}$ et $z_2=-1-2\mathrm{i}$.

1) Mettre sous la forme algébrique le nombre complexe $p=z_1\times z_2$

2) Placer dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$ les points A, B, P d'affixes z_1 , z_2 et p .

3) Calculer les affixes des vecteurs $\overrightarrow{PA}$ et $\overrightarrow{PB}$. En déduire que B est le milieu du segment [PA]

Exercice 2 : 1) Calculer $\left(\frac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}\right)^2$; $(2-\mathrm{i})^3-(1+\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})(1+3\mathrm{i})$; $(-2+3\mathrm{i})^4$

2) Soit $f(z)=\frac{1+z+z^2+z^3}{1+z}$

a) Calculer $f(\mathrm{i})$; $f(\mathrm{i}-1)$; $f(2+\mathrm{i})$

b) Résoudre l'équation $f(z)=0$

Exercice 3 : Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

1) $z^2+2z+3=0$ 2) $z^2=-z-1$ 3) $(1+2\mathrm{i})z-(\mathrm{i}-1)=iz-3$

4) $z^4+6z^2+25=0$ (On vérifiera que $(1+2\mathrm{i})^2=-3+4\mathrm{i}$) 5) $\frac{1+2iz}{1+2z}=\mathrm{i}\frac{z-1}{z+3}$

Exercice 4 : Soit S(n) la somme : $1+\mathrm{i}+\mathrm{i}^2+\mathrm{i}^3+\mathrm{i}^4+\ldots+\mathrm{i}^n$.

1) Calculer i^n pour $n=4p$ (où p est un entier quelconque), $n=4p+1$, $n=4p+2$ et $n=4p+3$.

2) Prouver que, pour tout n ∈ $\mathbb{N}$, $S(n)=\frac{1-\mathrm{i}^{n+1}}{1-\mathrm{i}}$

3) Donner les 4 valeurs possibles prises par S(n) en fonction des valeurs de n citées au 1).