Terminale 7 C – Devoir de mathématiques n°1 – Vendredi 25 septembre 1992

Forme algébrique – conjugué – module – représentation graphique – équations complexes

Exercice 1 : 1) Calculer $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2$; $(2-i)^3-(1+i)(1-2i)(1+3i)$; $(-2+3i)^4$

2) Soit $f(z)=\frac{1+z+z^2+z^3}{1+z}$

a) Calculer $f(i)$; $f(i-1)$; $f(2+i)$

b) Résoudre l'équation $f(z)=0$

Exercice 2 : 1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

a) $(1+2i)z-(i-1)=iz-3$

b) $\frac{1+2iz}{1+2z}=i\frac{z-1}{z+3}$

2) Déterminer l'ensemble E des complexes z tels que $\begin{cases} \left|\frac{z-12}{z-8}\right|=\frac{5}{3} \\ \left|\frac{z-4}{z-8}\right|=1 \end{cases}$

3) Déterminer et construire l'ensemble des points $M(x,y)$ tels que $z=x+iy$ vérifie $|\overline{z}+i|=2$

4) Déterminer et construire l'ensemble des points $M(x,y)$ tels que $z=x+iy$ vérifie :

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-i\right)z+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\right)\overline{z}+1=0$$

Exercice 3 : Soit $z=x+iy$ (x et y étant des réels) un nombre complexe distinct de -1.

Soit $Z=\frac{2iz-i}{z+1}$

1) Calculer $\overline{Z}$, Re(Z), Im(z) et $|Z|$ en fonction de x et y.

2) Déterminer l'ensemble E_1 des points $M(x,y)$ tels que $|Z|=1$.

3) Déterminer l'ensemble (E_2) des points $M(x,y)$ tels que Z soit imaginaire pur.

4) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de E_1 et E_2

Exercice 4 : Calculer, en discutant suivant les valeurs de l'entier naturel n, la somme suivante :

S(n)= $1+i+i^2+i^3+i^4+\ldots+i^n$