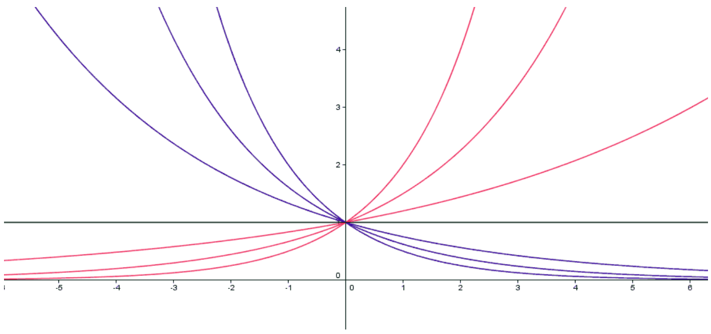
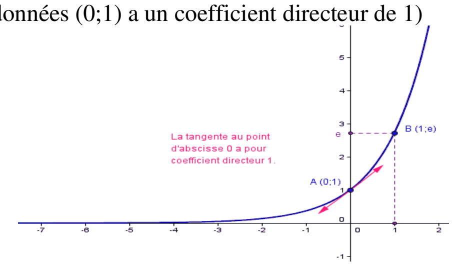
Terminale ES-L – Fiche bachotage sur le chapitre 5 « Les fonctions exponentielles »

Citer les 6 formules sur les puissances que nous connaissons depuis le collège, a et b étant des réels quelconques (non nuls s'ils apparaissent au dénominateur), et m et n étant des entiers relatifs quelconques.	$\boxed{a^{-n}=\frac{1}{a^n}}$ $\boxed{(a\times b)^n=a^n\times b^n}$ $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}}$ (distributivité de la puissance sur la multiplication et sur la division) La puissance ne se distribue pas sur l'addition ni sur la soustraction (penser aux identités remarquables comme contre-exemples) $\boxed{a^n\times a^m=a^{n+m}}$ $\boxed{\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}}$ $\boxed{(a^n)^m=a^{n\times m}}$
Dans quelles mesures ces formules sont-elles transposables à une puissance réelle et non plus entière ?	La puissance peut prendre n'importe quelle valeur réelle, mais le nombre élevé à cette puissance doit être strictement positif. Dans q^x , q>0 et x ∈ ℝ. Les formules deviennent, pour tous x et y réels, et pour tous p et q strictement positifs : $q^{-x}=\frac{1}{q^x}$ $(p\times q)^x=p^x\times q^x$ $\left(\frac{p}{q}\right)^x=\frac{p^x}{q^x}$ $q^x\times q^y=q^{x+y}$ $\frac{q^x}{q^y}=q^{x-y}$ $(q^x)^y=q^{xy}$
Que vaut a^0 pour tout réel a ? Que vaut 2^{-3} ?	1 $\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$ ou 0,125
Si $q>0$ et x ∈ ℝ, quel est le signe de q^x ?	Strictement positif, même si $x<0$. <u>Exemple</u> : $3^{-2}=\frac{1}{3^2}=\frac{1}{9}>0$
Soit n ∈ ℕ*. (Ensemble des entiers naturels non-nuls) Qu'appelle-t-on la <u>racine n^ième^</u> d'un réel strictement positif q ?	L'<u>unique</u> nombre <u>positif</u> a noté $q^{\frac{1}{n}}$ ou $\sqrt[n]{q}$ tel que $a^n=q$. (-3) a pour carré 9. Mais la racine carrée de 9, c'est 3, car 3>0.
Quelle est la fonction exponentielle de base 3 ? de base $\frac{1}{7}$?	La fonction f définie sur ℝ par $f(x)=3^x$ La fonction f définie sur ℝ par $f(x)=\left(\frac{1}{7}\right)^x$
Quelle est l'allure de la courbe d'une fonction exponentielle de base q : • Lorsque $q>1$? • Lorsque $q=1$? • Lorsque $0<q<1$? Quel est le point commun à toutes ces courbes ?	 En rose : courbes de fonctions exponentielles de bases q>1 En vert : courbe de la fonction $x\mapsto 1^x$ (q=1) En bleu : courbes de fonctions exponentielles de bases q∈ $]0;1[$. Leur point commun est le point de coordonnées (0;1).

Un rappel utile (qui vous servira dans d'autres leçons et divers problèmes) :

Que signifie qu'une fonction est strictement croissante sur un intervalle ? Comment traduire cette notion formellement ? Application : si $q>1$, dans quel ordre sont rangés q^7 et q^9 ?	Qu'elle conserve l'ordre sur cet intervalle. Si une fonction f est strictement croissante sur un intervalle I et si a et b appartiennent à I, alors : $a<b \Leftrightarrow f(a)<f(b)$ Si $q>1$, la fonction $x \mapsto q^x$ est strictement croissante sur ℝ (voir les courbes roses page précédente). Donc q^7 et q^9 sont rangés dans le même ordre que 7 et 9 : $7<9$ donc $q^7<q^9$
Que signifie qu'une fonction est strictement décroissante sur un intervalle ? Traduire formellement cette notion. Application : si $0<q<1$, dans quel ordre sont rangés q^3 et q^5 ?	Qu'elle inverse l'ordre sur cet intervalle. Si une fonction f est strictement décroissante sur un intervalle I et si a et b appartiennent à I, alors : $a<b \Leftrightarrow f(a)>f(b)$ Si $0<q<1$, la fonction $x \mapsto q^x$ est strictement décroissante sur ℝ (courbes bleues). Comme $3<5$, on a : $q^3>q^5$
Qui est le plus grand, 3^{-2} ou 3^{-12} ?	3>1 donc la fonction $x \mapsto 3^x$ est str. croissante sur ℝ. 3^{-2} et 3^{-12} sont donc rangés dans le même ordre que -2 et -12 . $-2>-12$ donc $3^{-2}>3^{-12}$. Le plus grand est 3^{-2}
Qui est le plus grand, $\left(\frac{1}{3}\right)^{16}$ ou $\left(\frac{1}{3}\right)^{21}$?	$0<\frac{1}{3}<1$ donc la fonction $x \mapsto \left(\frac{1}{3}\right)^x$ est strictement décroissante sur ℝ $\left(\frac{1}{3}\right)^{16}$ et $\left(\frac{1}{3}\right)^{21}$ sont rangés dans l'ordre inverse de 16 et 21. Comme $16<21$, on a : $\left(\frac{1}{3}\right)^{16}>\left(\frac{1}{3}\right)^{21}$. C'est $\left(\frac{1}{3}\right)^{16}$ le plus grand.

La fonction exponentielle de base e

Comment nomme-t-on et note-on la fonction exponentielle de base e ? Quel est son ensemble de définition ? Quelles sont ses caractéristiques ? (dérivée, sens de variations ?) Quelle est l'allure de sa courbe représentative ?	• C'est la fonction exponentielle, notée *exp*, définie sur ℝ par $\exp(x)=e^x$. (e ≈2,718) • Elle est strictement croissante sur ℝ et égale à sa dérivée. • $\exp(0)=\exp'(0)=1$ (la tangente à la courbe au point de coordonnées (0;1) a un coefficient directeur de 1) 
Dans quel intervalle se situe e^x lorsque x<0 ? et lorsque x>0 ?	$]0;1[$ *(ça se lit sur* $]1;+\infty[$ *la courbe)*
Quand est-ce que $e^x=e^y$?	Lorsque $x=y$, pour tous x et y réels.
Soit u une fonction définie et dérivable sur un intervalle I. Quelle est la dérivée de la fonction $\boxed{e^u}$, définie sur I par $x \mapsto e^{u(x)}$? Par exemple, que vaut $f'(x)$ si $f(x)=e^{x^2-3x+1}$?	$\boxed{u'\times e^u}$, définie sur I par $x \mapsto u'(x)\times e^{u(x)}$. $f'(x)=(2x-3)\times e^{x^2-3x+1}$