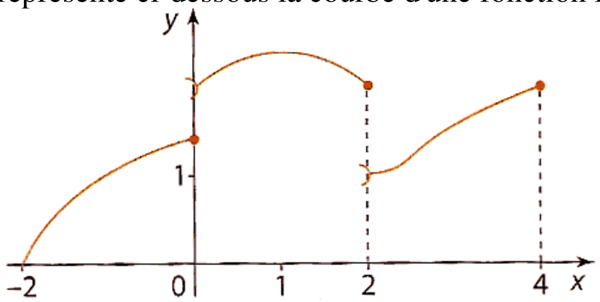
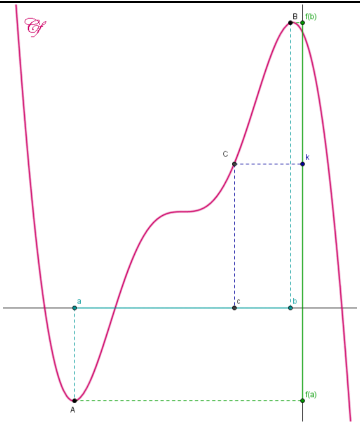
Terminale ES – Fiche bachotage sur le chapitre « continuité »

Sur quels intervalles les fonctions suivantes sont-elles continues ? dérivables ? 1- Les fonctions polynômes Cas particuliers : fonctions constantes, affines (=de la forme $f(x)=ax+b$), trinômes (= de la forme $f(x)=ax^2+bx+c$) , x $\mapsto$ x^2 et x $\mapsto$ x^3 . 2- Les fonctions rationnelles (= quotients de polynômes) Cas particulier : la fonction inverse : x $\mapsto$ $\frac{1}{x}$ 3- La fonction racine carrée x $\rightarrow$ $\sqrt{x}$	1- Les fonctions polynômes sont continues et dérivables sur $\mathbb{R}$. 2- Les fonctions rationnelles sont continues et dérivables sur tout intervalle ne comprenant pas une de leurs valeurs interdites. Par exemple, la fonction inverse est continue et dérivable sur]–∞;0[, et aussi sur]0;+∞[La fonction racine carrée est continue sur [0;+∞[Elle est dérivable sur]0;+∞[mais pas en 0.
Quel rapport peut-on établir entre dérivabilité et continuité ?	**Si** une fonction est dérivable sur un intervalle, **alors** elle est continue sur cet intervalle. dérivabilité ⇒ continuité *(sur un même intervalle)* ⚠ La réciproque est fausse !
Citer le théorème des valeurs intermédiaires dans le cas d'une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle [a;b].	**Si** f est continue et strictement monotone sur [a;b], **alors** tout réel k compris entre f(a) et f(b) admet un unique antécédent par f dans [a;b]. (c'est-à-dire : l'équation $f(x)=k$ admet une solution et une seule dans [a;b])
Citer le théorème des valeurs intermédiaires dans le cas d'une fonction continue mais pas nécessairement monotone sur un intervalle [a;b].	**Si** f est continue sur [a;b], **alors** tout réel k compris entre f(a) et f(b) admet au moins un antécédent par f dans [a ;b]. (c'est-à-dire : l'équation $f(x)=k$ admet une solution ou plusieurs dans [a;b])
On a représenté ci-dessous la courbe d'une fonction f.  Sur quel intervalle f est-elle définie ? Sur quels intervalles est-elle continue ? Est-elle continue à droite ou à gauche en 0 ? En 2 ?	f est définie sur [-2;4] f est continue sur les intervalles : [-2;0],]0;2] et]2;4] En 0 : f est continue à gauche et discontinue à droite. En 2 : idem.

Théorème des valeurs intermédiaires dans le cas d'une fonction continue et strictement croissante :



H : f est continue et strictement croissante sur l'intervalle [a;b]

C : tout réel k dans l'intervalle [f(a);f(b)] admet un unique antécédent c par f.

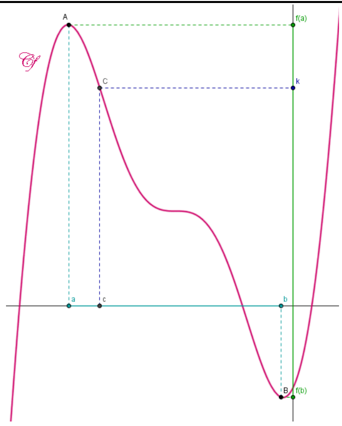
autre formulation :

L'équation $f(x)=k$ admet une unique solution c dans [a;b]

autre formulation :

Il existe un et un seul réel c dans [a,b] tel que f(c)=k

Théorème des valeurs intermédiaires dans le cas d'une fonction continue et strictement décroissante :



H : f est continue et strictement décroissante sur l'intervalle [a;b]

C : tout réel k dans l'intervalle [f(b);f(a)] admet un unique antécédent c par f.

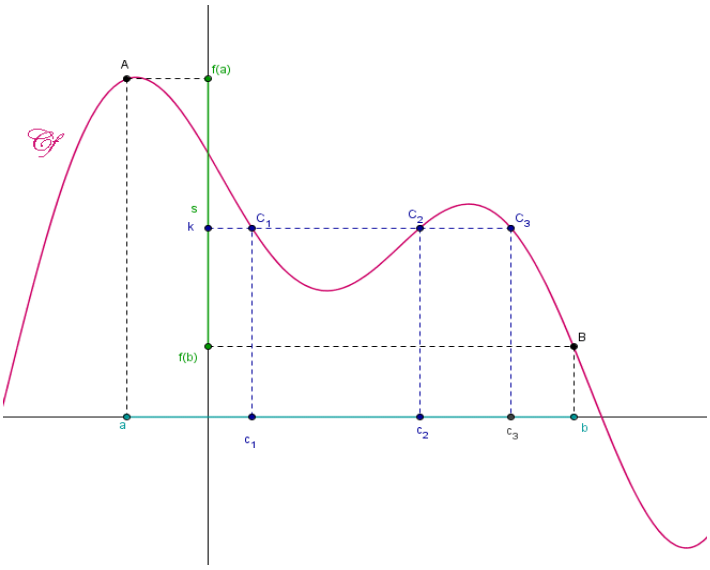
autre formulation :

L'équation $f(x)=k$ admet une unique solution c dans [a;b]

autre formulation :

Il existe un et un seul réel c dans [a,b] tel que f(c)=k

Théorème des valeurs intermédiaires dans le cas général
(la fonction est continue sur [a,b] mais pas nécessairement monotone)



H : f est continue sur [a,b]

C : tout réel k compris entre f(a) et f(b) admet au moins un antécédent par f dans [a,b]. (ici, il y en a 3 : c_1 , c_2 et c_3)

autre formulation : l'équation $f(x)=k$ admet au moins une solution dans [a;b]

autre formulation : il existe au moins un réel c dans [a;b] tel que f(c)=k