Terminale ES – Corrigé de la feuille d'exercices de baccalauréat sur les probabilités.

Exercice 1 : Partie I. 1)

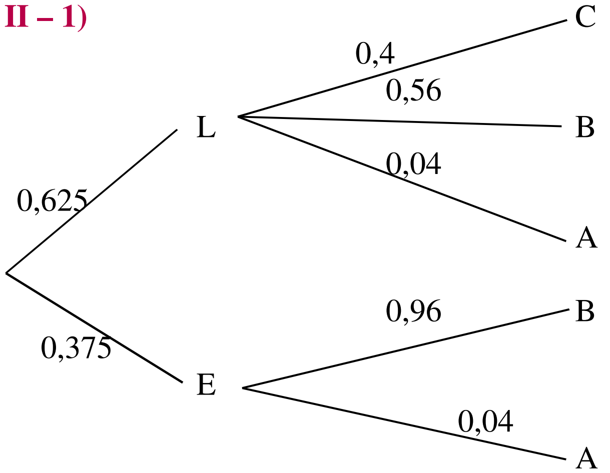
Calcul du nombre d'élèves de seconde, première ou terminale :	Calcul du nombre d'étudiants de STS :
Sur 1400 lycéens, 62,5 % sont des élèves de seconde, première, ou terminale, c'est-à-dire : $62{,}5\,\% \times 1400 = 0{,}625 \times 1400 = 875$. **875** élèves de seconde, première ou terminale adhèrent donc à la coopérative.	Sur 1400 élèves, 875 sont en seconde, première ou terminale, les autres sont des étudiants de STS : $1400 - 875 = 525$ **525** étudiants de STS adhèrent à la coopérative
Calcul du nombre d'élèves de seconde, première ou terminale qui règlent par chèque bancaire :	Calcul du nombre d'étudiants en STS qui règlent par chèque bancaire :
56 % des élèves de seconde, première ou terminale règlent par chèque bancaire. $56\,\% \times 875 = 0{,}56 \times 875 = 490$ **490** élèves de seconde, première ou terminale règlent par chèque bancaire.	96% des étudiants en STS règlent par chèque bancaire. $96\,\% \times 525 = 0{,}96 \times 525 = 504$ **504** étudiants en STS règlent par chèque bancaire.

Comme chaque élève de seconde, première ou terminale règle 50 € et chaque étudiant règle 60 € :
$490 \times 50\,€ + 504 \times 60\,€ = 24500\,€ + 30240\,€ = 54740\,€$.
Au total, **54 740 €** sont réglés par chèque bancaire.

2) Calculons le montant total des locations :
$875 \times 50\,€ + 525 \times 60\,€ = 43750\,€ + 31500\,€ = 75250\,€$

Calculons le pourcentage de proportion que représente la somme des versements effectués par chèque bancaire par rapport au montant total des locations :
$\frac{54\,740\,€}{75\,250\,€} \approx 0{,}7274 = 72{,}74\,\%$.
La somme de 54 740 € représente environ **72,74 %** du montant total des locations.

Partie II – 1)



2) a) $P(L \cap C) = P(L) \times P_L(C) = 0{,}625 \times 0{,}4 = 0{,}25$.
La probabilité pour que l'adhérent soit un élève qui a payé sa location à l'aide d'un chèque-lire est de **0,25**.

b) $P(E \cap B) = P(E) \times P_E(B) = 0{,}375 \times 0{,}96 = 0{,}36$.
La probabilité pour que l'adhérent soit un étudiant en STS qui a payé sa cotisation à l'aide d'un chèque bancaire est de 0,36.

c) D'après la formule de probabilités totales :
$P(B) = P(L \cap B) + P(E \cap B)$, puisque L et E forment une partition de l'ensemble des issues possibles.

$P(L \cap B) = 0{,}625 \times 0{,}56 = 0{,}3472$ $\quad$ $P(E \cap B) = 0{,}36$
Donc $P(B) = 0{,}3472 + 0{,}36 = 0{,}7072 \approx \boxed{0{,}71}$.

3) On cherche à calculer $P_B(L)$ (La probabilité pour qu'un adhérent soit un élève de seconde, première ou terminale, sachant qu'il a payé par chèque bancaire). $P_B(L) = \frac{P(B \cap L)}{P(B)} = \frac{0{,}3472}{0{,}7072} \approx \boxed{0{,}491}$.

Exercice 2 : 1) a) On choisit au hasard une personne dans la population des plus de 65 ans de ce pays en 2006.

58 % sont des femmes, donc $\boxed{P(F)=0{,}58}$.
5 % sont atteintes de la maladie $\mathscr{A}$, donc $\boxed{P(A)=0{,}05}$
$\frac{2}{3}$ des personnes atteintes de la maladie $\mathscr{A}$ sont des femmes, donc $\boxed{P_A(F)=\frac{2}{3}}$. $\boxed{P_A(F)\approx 0{,}667}$

b) A∩F= « La personne choisie est une femme atteinte de la maladie $\mathscr{A}$ ».
$P(A\cap F)=P(A)\times P_A(F)=0{,}05\times\frac{2}{3}=\frac{5}{100}\times\frac{2}{3}=\frac{2\times 5}{2\times 5\times 10\times 3}$ $\boxed{P(A\cap F)=\frac{1}{30}}$. $\boxed{P(A\cap F)\approx 0{,}033}$.
La probabilité pour que la personne choisie soit une femme atteinte de la maladie $\mathscr{A}$ est d'environ 0,033.

c) $P_F(A)=\frac{P(A\cap F)}{P(F)}=\frac{\frac{1}{30}}{0{,}58}=\frac{1}{30\times 0{,}58}=\frac{1}{17{,}4}$ $\boxed{P_F(A)\approx 0{,}057}$.
La probabilité pour que la personne soit atteinte de la maladie $\mathscr{A}$ sachant que c'est une femme est d'environ 0,057.

2) On cherche à calculer $P_H(A)$. $P_H(A)=\frac{P(H\cap A)}{P(H)}$.
H est l'événement contraire de F, donc $P(H)=1-P(F)=1-0{,}58$. $\boxed{P(H)=0{,}42}$

Pour calculer P(H∩A), on va utiliser la formule de probabilités totales, sachant que H et F forment une partition de l'ensemble des possibles :
$P(A)=P(F\cap A)+P(H\cap A)$,
donc $P(H\cap A)=P(A)-P(F\cap A)=0{,}05-\frac{1}{30}=\frac{5}{100}-\frac{1}{30}=\frac{5\times 3-1\times 10}{300}=\frac{5}{300}=\frac{1}{60}$
$\boxed{P(H\cap A)=\frac{1}{60}}$

Donc $P_H(A)=\frac{P(H\cap A)}{P(H)}=\frac{\frac{1}{60}}{0{,}42}=\frac{1}{60\times 0{,}42}=\frac{1}{25{,}2}$ $\boxed{P_H(A)\approx 0{,}040}$
La probabilité pour que la personne soit atteinte de la maladie $\mathscr{A}$ sachant que c'est un homme est d'environ 0,040.

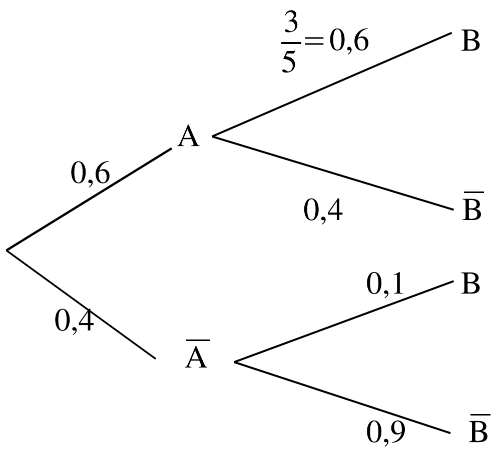
3) $P_F(A)\approx 0{,}057$, $P_H(A)\approx 0{,}040$. 0,057>0,040. $P_F(A)>P_H(A)$, donc la probabilité de développer la maladie A quand on est une femme de plus de 65 ans est supérieure à celle de développer la maladie $\mathscr{A}$ lorsqu'on est un homme. Une femme de plus de 65 ans risque donc davantage de développer la maladie $\mathscr{A}$ qu'un homme de plus de 65 ans.

<u>Exercice 3</u> : Partie A - 1) $p(A)=x$. $p(\overline{A})=1-p(A)$ donc $p(\overline{A})=1-x$.
2) $p(A)\times p(\overline{A})=x\times(1-x)$ d'une part, $p(A)\times p(\overline{A})=0{,}24$, donc $x(1-x)=0{,}24$.

Pour trouver les valeurs possibles de x, on résout l'équation $x(1-x)=0{,}24$ dans $[0;1]$ (Puisque x est une probabilité).
$x(1-x)=0{,}24 \quad\Leftrightarrow\quad x-x^2=0{,}24 \quad\Leftrightarrow\quad 0=x^2-x+0{,}24$
$\Delta=(-1)^2-4\times 1\times 0{,}24=1-0{,}96=0{,}04=(0{,}2)^2$

Le trinôme $x^2-x+0{,}24$ admet donc deux racines : $x_1=\frac{-(-1)-0{,}2}{2\times 1}=0{,}4$ et $x_2=\frac{-(-1)+0{,}2}{2\times 1}=\frac{1{,}2}{2}=0{,}6$.
Les **0,4** et **0,6** font partie de l'intervalle [0;1], donc sont des valeurs possibles pour x.
Partie B – 1) 60 % de l'ensemble des lecteurs ont souscrit un abonnement à la « Revue Spéciale d'Économie »,

donc $\boxed{p(A)=0,6}$. $p(\overline{A})=1-p(A)=1-0,6$ donc $\boxed{p(\overline{A})=0,4}$.
10 % des lecteurs n'ayant pas choisi l'abonnement à la « Revue Spéciale d'Économie » ont souscrit un abonnement au « Guide des placements en Bourse ». Donc $\boxed{p_{\overline{A}}(B)=0,1}$.



2) a) A∩B= « Le lecteur choisi a souscrit un abonnement à la « Revue Spéciale d'Économie » ainsi qu'un abonnement au « Guide des Placements en Bourse » ».
$P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)=0,6\times 0,6$ $\boxed{p(A\cap B)=0,36}$.
La probabilité pour que le lecteur choisi soit abonné aux deux revues est de 0,36.

b) $\overline{A}\cap\overline{B}$ = « Le lecteur n'est abonné à aucune des deux revues ».
$p(\overline{A}\cap\overline{B})=p(\overline{A})\times p_{\overline{A}}(\overline{B})=0,4\times 0,9$ $\boxed{p(\overline{A}\cap\overline{B})=0,36}$.

3) $p(B)=p(A\cap B)+p(\overline{A}\cap B)$ d'après la formule de probabilité totale, car A et $\overline{A}$ forment une partition de l'ensemble des possibles. Et $p(\overline{A}\cap B)=p(\overline{A})\times p_{\overline{A}}(B)=0,4\times 0,1=0,04$.
Donc $p(B)=0,36+0,04$ $\boxed{p(B)=0,40}$.

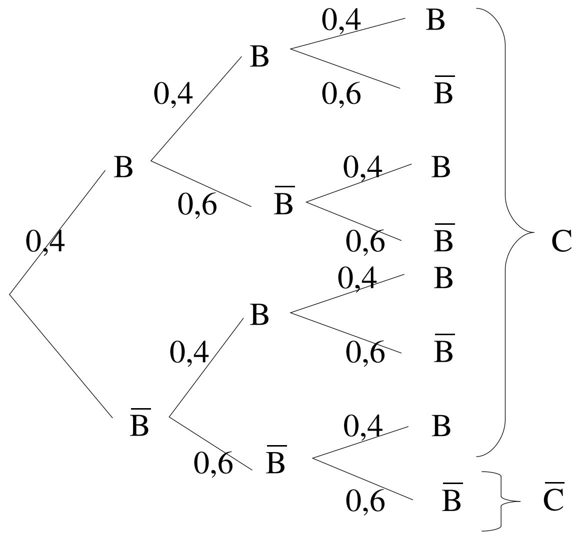
On cherche maintenant à calculer $p_B(A)$. $p_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0,36}{0,4}$. $\boxed{p_B(A)=0,9}$.
La probabilité pour que le lecteur soit abonné à la « Revue Spéciale d'Économie » sachant qu'il est abonné au « Guide des Placements en Bourse » est de 0,9.

4) Dans cette question, on suppose que le nombre de lecteurs est assez grand pour que le choix indépendant des 3 lecteurs soit assimilable à un schéma de Bernoulli de paramètres n=3 et p=0,4, comme s'il y avait « tirage avec remise ».

D'après la question 3, chacun des trois lecteurs a une probabilité de 0,4 d'être abonné au « Guide des placements en Bourse », et une probabilité de 0,6 de ne pas y être abonné.

L'événement contraire de « Au moins un des trois lecteurs a choisi l'abonnement au « Guide des Placements en Bourse » » (Nommons C cet événement) est $\overline{C}$ =« Aucun des trois lecteurs n'est abonné au Guide des placements en bourse ».

On peut aussi se représenter la situation à l'aide d'un arbre :



$P(\overline{C})=0{,}6^3$ donc $P(C)=1-P(\overline{C})=1-0{,}6^3=1-0{,}216$ $\boxed{P(C)=0{,}784}$.

La probabilité pour qu'au moins un des trois lecteurs soit abonné au « Guide des Placements en Bourse » est de 0,784.

Exercice 4 :

E(X)= $\sum_{i=1}^{n} p_i x_i = p_1 x_1+p_2 x_2+p_3 x_3 = 0{,}2\times(-10)+0\times0{,}3+0{,}5\times10 = -2+5 = 3$ réponse a)

Exercice 5 : (Bac ES, Amérique du sud, novembre 2009) :

1) a) 80 % des ménages possèdent à la fois un téléphone fixe et un téléphone mobile.
Donc $\boxed{P(F\cap T)=0{,}8}$.

90 % des ménages possèdent un téléphone fixe. Donc $\boxed{P(F)=0{,}9}$.

Parmi les ménages ne possédant pas de téléphone fixe, 87 % ont un téléphone portable.
Donc $\boxed{P_{\overline{F}}(T)=0{,}87}$.

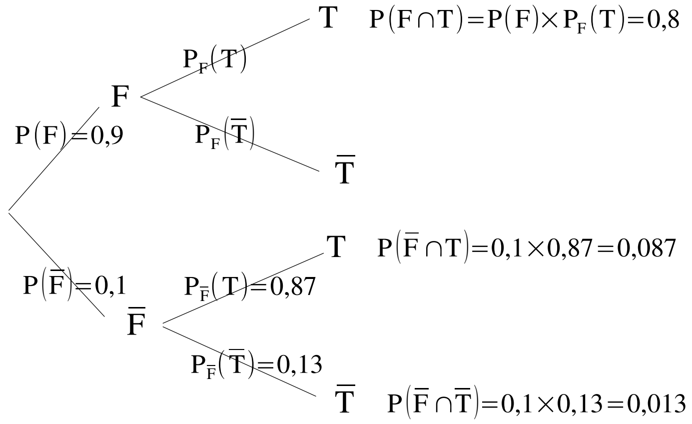
b) $P_F(T)=\dfrac{P(F\cap T)}{P(F)}=\dfrac{0{,}8}{0{,}9}=\dfrac{8}{9}$ $\boxed{P_F(T)\approx0{,}889}$.

2) D'après la formule de probabilités totales, comme F et $\overline{F}$ forment une partition de l'ensemble des possibles,
$\boxed{P(T)=P(F\cap T)+P(\overline{F}\cap T)}$.

$P(\overline{F}\cap T)=P(\overline{F})\times P_{\overline{F}}(T)$ avec
$P(\overline{F})=1-P(F)=1-0{,}9=0{,}1$.
Donc $P(\overline{F}\cap T)=0{,}1\times0{,}87$, donc
$\boxed{P(\overline{F}\cap T)=0{,}087}$.

Donc $P(T)=P(F\cap T)+P(\overline{F}\cap T)=0{,}8+0{,}087$,
soit $\boxed{P(T)=0{,}887}$.

On peut (ou pas) s'aider d'un arbre :



3) Il s'agit ici de calculer $P_{\overline{T}}(F)$. $\boxed{P_{\overline{T}}(F)=\dfrac{P(\overline{T}\cap F)}{P(\overline{T})}}$ avec $\boxed{P(\overline{T})=1-P(T)=1-0{,}887=0{,}113}$.

Pour calculer $P(\overline{T}\cap F)$, utilisons la formule de probabilités totales :
$\boxed{P(\overline{T})=P(\overline{T}\cap F)+P(\overline{T}\cap\overline{F})}$ avec $P(\overline{T}\cap\overline{F})=P(\overline{F})\times P_{\overline{F}}(\overline{T})=0{,}1\times0{,}13=0{,}013$

Soit $0{,}113=P(\overline{T}\cap F)+0{,}013 \Leftrightarrow 0{,}113-0{,}013=P(\overline{T}\cap F) \Leftrightarrow$ $\boxed{P(\overline{T}\cap F)=0{,}1}$

Donc $P_{\overline{T}}(F)=\dfrac{0{,}1}{0{,}113}=\dfrac{100}{113}$, donc $\boxed{P_{\overline{T}}(F)\approx0{,}885}$

Remarque : on pouvait aussi utiliser la formule de probabilités totales pour P(F) :
$P(F)=P(F\cap T)+P(F\cap\overline{T})$, c'est ce qui est proposé au lien :
http://yallouz.arie.free.fr/bacannales/2009-Amerique_S/2009-Amerique_S.php?page=exo2c

La probabilité pour qu'un ménage ait un téléphone fixe sachant qu'il n'a pas de téléphone portable est d'environ 0,885.

4) On suppose que le nombre de ménages étudiés est assez grand pour qu'on puisse assimiler ce choix de trois ménages à un schéma de Bernoulli de paramètres $n=3$ et $p=P(T)=0,887$.

Nommons A l'événement « au plus deux des trois ménages a un téléphone portable. » L'événement contraire de A, $\overline{A}$, est « Les trois ménages ont un téléphone portable. »

$P(\overline{A})=0,887^3$ donc $P(A)=1-P(\overline{A})=1-0,887^3$
$\boxed{P(A)\approx 0,302}$

La probabilité pour qu'au plus deux des trois ménages aient un téléphone portable est d'environ 0,302.

On peut s'aider d'un arbre :