

Terminale ES – Exercices sur les fonctions exponentielles – Fiche 1

Exercice 1 : Simplifier l'écriture du nombre $\frac{3^{2x+2}}{3^{2x+1}} \times 3^x$.

Exercice 2 : QCM. À chaque question, une et une seule des réponses proposées est correcte. Justifier votre choix.

1) Pour q , réel positif strictement supérieur à 1, l'inéquation d'inconnue x $q^{3x+1} < q^{-2x+3}$ admet pour ensemble de solutions : a) $] -\infty ; 0,4[$ b) $] 0,4 ; +\infty[$ c) $] -\infty ; 0,4]$

2) Si f est une fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{-x+1}$, alors sa fonction dérivée f' est définie par :
 a) $f'(x) = e^{1-x}$ b) $f'(x) = -e^{1-x}$ c) $f'(x) = e^{x-1}$

Exercice 3 : QCM. À chaque question, une au moins des réponses proposées est correcte. Identifiez toutes les réponses correctes et justifier votre choix.

1) Pour tout réel x , pour q réel strictement positif, $\frac{q^{3x}}{q^{-2x}}$ est égal à :

a) $q^{-\frac{3}{2}}$ b) q^{5x} c) $(q^x)^5$

2) Si f est la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{-x^2+2x}$, sa fonction dérivée f' est définie par :

a) $f'(x) = (-2x+2)e^{-x^2+2x}$ b) $f'(x) = \frac{(-2x+2)e^{-x^2}}{e^{-2x}}$ c) $f'(x) = e^{-2x+2}$

Exercice 4 : Calculer : a) $\frac{(2^3)^2}{2^6}$ b) $0,7^{-1} \times 0,7$ c) $e^2 \times e^{-2}$ d) $(2^2+1)^2$

Exercice 5 : q est un réel strictement positif. Écrire sous la forme d'une seule puissance de q :

a) $\frac{q^2 \times q^3}{q}$ b) $((q^2)^2)^2$ c) $((q^{-1})^2)^{-2}$

Exercice 6 : Prouver les égalités suivantes :

a) $4^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{3}}$ b) $8^{\frac{1}{3}} = 32^{\frac{1}{5}}$ c) $27^{\frac{5}{3}} = 3^5$ d) $\frac{2^3}{2^{-3}} = 4^3$ e) $16^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{8}$ f) $27^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{3})^9$.

Rappel : il existe trois manières (principales) de prouver que $A=B$:

- 1) On transforme A et on trouve B.
- 2) On transforme B et on trouve A.
- 3) On transforme A et on trouve C, et on transforme B et on trouve C aussi.



Pour prouver une égalité, on ne commence pas en écrivant cette égalité !

Exercice 7 : q est un réel strictement positif. Simplifier chacune des expressions suivantes :

$A = \left(\frac{1}{q^{0,3}}\right)^{-2}$ $B = \left(\frac{1}{q^2}\right)^{-\frac{1}{4}} \times q$ $C = \frac{q^{\frac{2}{3}}}{q^{\frac{1}{6}}}$ $D = \sqrt{\sqrt{q}}$ $E = \left(q^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{3}{4}}$ $F = q^{\frac{1}{2}} \times ((q^2)^3)$

$G = \left(\frac{1}{q}\right)^{\frac{2}{3}} \times q^{\frac{2}{3}}$ $H = \frac{(q^2)^{\frac{1}{3}} \times (q^3)^{\frac{1}{2}}}{q^{\frac{1}{6}}}$ $I = ((q^{-0,2})^2)^3 \times q^{0,4}$

Exercice 8 : Simplifier les expressions suivantes (x est un réel quelconque) :

$$J = \frac{e^3 \times e^{-1}}{e^7} \quad K = \frac{(e^{-2})^3 \times e^{-5}}{(e^2)^2} \quad L = \frac{1}{e^{0,3}} \times \frac{1}{e} \quad M(x) = \frac{e^{7x} \times e^x}{e^8} \quad N(x) = \frac{e^{7x} \times e^{-7}}{e^x} \quad O(x) = \frac{1}{e^{3x+1}} \times e^{-x-3}$$

Exercice 9 : Vérifier que les égalités suivantes sont vraies pour tout x . (Même remarque qu'à l'exercice 6)

a) $(e^x + 1)(e^x - 1) = e^{2x} - 1$ b) $(e^x + 1)^2 = e^{2x} + 2e^x + 1$ c) $(e^{x-3} - 2)(e^x + 1) = e^{2x-3} + e^{x-3} - 2e^x - 2$

d) $e^{1-x} \times e^{3x-2} = \frac{1}{e} e^{2x}$ e) $(e^x - e^{-x})^2 = e^{2x} + \frac{1}{e^{2x}} - 2$ f) $\frac{90}{2 + e^{-x}} = 90 \times \frac{e^x}{2e^x + 1}$

g) $\frac{2,5}{e^{0,5x-1}} + 2e \times \frac{0,5x}{e^{0,5x}} = (2,5 + x)e^{-0,5x+1}$

Exercice 10 : Ranger, sans utiliser la calculatrice, dans l'ordre croissant ces trois nombres :

$$A = 2e^{-50} \quad B = -2e^{\frac{3}{2}} \quad C = -2e^{\sqrt{3}}$$

Exercice 11 : Comparer, sans l'aide de la calculatrice, les trois nombres suivants :

$$A = e^{5\pi+2} \quad B = \frac{e^{5\pi}}{e^{-3}} \quad C = (e^{5\pi})^2$$

Exercice 12 : Comparer, sans l'aide de la calculatrice, les deux nombres suivants :

$$A = \frac{e^5}{-e^\pi + 1} \quad \text{et} \quad B = \frac{e^{\frac{11}{2}}}{-e^\pi + 1}$$

Exercice 13 : Comparer, sans l'aide de la calculatrice, les deux nombres suivants :

$$A = \frac{e^\pi + 1}{2 - e} \quad \text{et} \quad B = \frac{e^3 + 1}{2 - e}$$

Exercice 14 : Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

a) $2^x = 8$ b) $2^x = 4^{x+1}$ c) $0,81^x = 1$ d) $1,39^{2x} = 1$ e) $27 \times 3^x = 3^{2-x}$
 f) $3^{x^2} = 9$ g) $(2^x + 1)(2^x - 1) = 0$ h) $2^x(2^{2x} - 1) = 2^x$

Exercice 15 : Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

a) $e^{x+1} = 1$ b) $e^{2x+1} = e$ c) $e^{3x-1} = e^x$ d) $(e^x + 1)^2 = 1$
 e) $e^{x(x+1)} = 1$ f) $e^{x-3} = e^{2-3x}$ g) $e^{5x} = e^{x^2+1}$ h) $e^x = \frac{1}{e^{x+1}}$

Exercice 16 : Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations :

a) $1,25^{x-1} < 1,25$ b) $4,1^{3x} < 4,1^{x+1}$ c) $0,72^x \leq 0,72$ d) $0,72^{3x} < 0,72^{x+1}$
 e) $2^{3x} < 4^{2x+1}$ f) $27^{-x} \geq 3^{x+2}$ g) $(0,25^x + 1)^2 > 1$ h) $(0,25^x + 1)(0,25^x - 1) \leq 0$

Exercice 17 : Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

a) $e^{3x-1} \leq e^{2x}$ b) $e^{x+1} > 1$ c) $e^{x^2} > 1$ d) $e^{x^2} < e^4$
 e) $(e^x + 1)(e^x - 1) < 0$ f) $e^{2x} - e^{x+1} \geq 0$ g) $e^{x^2} > e^{2x^2-x}$ h) $e^{x-1} > \frac{1}{e^x}$