Terminale ES-L – Petits exercices d'échauffement au chapitre sur les suites - Corrigés

Exercice 1 :

En 2012		En 2013
120 ha	$\xrightarrow{-15 \text{ ha}}$	105 ha

Pourcentage d'évolution = $\dfrac{\textit{évolution}}{\textit{valeur de départ}}$ ou encore $\dfrac{\textit{valeur finale} - \textit{valeur initiale}}{\textit{valeur initiale}}$

⚠ Un pourcentage d'évolution se calcule toujours par rapport à la valeur de départ.
Remarque : Le calcul est analogue à celui d'une variation relative dans une suite.

Ici, le pourcentage d'évolution à calculer est de : $\boxed{\dfrac{105-120}{120}=\dfrac{-15}{120}=-0{,}125=-12{,}5\,\%}$

La population de ce village a **diminué de 12,5 %** entre le 1er janvier 2012 et le 1er janvier 2013.

Exercice 2 :

L'année dernière		Cette année
130 €	$\xrightarrow{+10\text{ €}}$	140 €

$$\boxed{\frac{140-130}{130}=\frac{10}{130}\approx 0{,}077=7{,}7\,\%}$$

Le loyer mensuel des chambres de cette cité universitaire a **augmenté d'environ 7,7 %** entre l'année dernière et cette année.

Exercice 3 :

Avant		Après
94 cm	$\xrightarrow[\text{soit } \times 1{,}05]{+5\%}$	?

Rappel : pour augmenter une valeur de t%, on la multiplie par (1+t%).

Ici, pour connaître la valeur augmentée de 5%, on la multiplie par $\boxed{1+5\,\%=1+\dfrac{5}{100}=1+0{,}05=1{,}05}$

$94\times 1{,}05=98{,}7$. La fillette mesure actuellement **98,7 cm**.

Exercice 4 :

Avant		Après
?	$\xrightarrow[\text{soit } \times 0{,}98]{-2\%}$ / $\xleftarrow[\div\, 0{,}98]{}$	76,93

⚠ Erreur fréquente : l'évolution a été de -2% par rapport à la valeur initiale, qui est inconnue. On ne peut pas la calculer en augmentant la valeur finale de 2 %, puisqu'il s'agit de 2 % de la valeur initiale.

Lors d'une diminution de 2%, une valeur est multipliée par $1-2\,\%=1-0{,}02=0{,}98$.
Donc pour trouver la valeur initiale à partir de la valeur finale, on la divise par 0,98.

$76{,}93:0{,}98=78{,}5$. Précédemment, le lanceur avait lancé son javelot à **78,5 m**.

Exercice 5 : 1) Avant -5% Après

$\times 0{,}95$

652 € $\longrightarrow$?

$1-5\%=1-0{,}05=0{,}95$ $652\times 0{,}95=619{,}40$.
Cette année, le client qui versait 652 € l'année dernière versera 619,40 €.

2) Avant $-3{,}5\ \%$ Après

$\times 0{,}965$

? $\rightleftarrows$ 405,30 €

$\div\ 0{,}965$

$1-3{,}5=1-0{,}035=0{,}965$ $405{,}30:0{,}965=420$
L'année passée, le client qui verse cette année une prime de 405,30 € avait versé une prime de **420 €**.

Exercice 6 : 1) $1{,}6=1+0{,}6=1+60\%$. Multiplier une quantité par 1,6, c'est l'augmenter de 60 %.
Le pourcentage d'évolution de V_0 à V_1 est de **+ 60%**.

2) $0{,}3=1-0{,}7=1-70\%$. Multiplier une quantité par 0,3, c'est la diminuer de 70 %.
Le pourcentage d'évolution de V_0 à V_1 est de **-70 %**.

Exercice 7 :

0,89=1-0,11=1-11%
1,67=1+0,67=1+67%
1-13,1%=1-0,131=0,869

1+0,8%=1+0,008=1,008
10=1+9=1+900%

1+225%=1+2,25=3,25

Hausse ou baisse ?	Coefficient multiplicatif	Pourcentage d'évolution
Baisse	0,89	-11%
Hausse	1,67	67%
Baisse	0,869	-13,1%
Hausse	1,008	0,8%
Hausse	10	900%
Hausse	3,25	225%

Exercice 8 : (w_n) est une suite arithmétique de raison -8 . $w_4=15$.
Donc $\boxed{w_5=w_4+(-8)=15+(-8)=7}$ et $\boxed{w_6=w_5+(-8)=7+(-8)=-1}$.

Exercice 9 : (v_n) est une suite arithmétique de raison -3 telle que $v_9=-2$.
$v_9=v_8+(-3)$ donc $v_9+3=v_8$ donc $\boxed{v_8=v_9+3=(-2)+3=1}$.
De même, $\boxed{v_7=v_8+3=1+3=4}$.

Exercice 10 : La suite (u_n) est arithmétique de terme initial $u_0=-4$ et de raison 5.

$u_0=-4$
$u_1=-4+5$
$u_2=-4+2\times 5$ $u_3=-4+3\times 5$
etc…
Donc pour tout n ∈ ℕ, $u_n=-4+n\times 5$.

Donc $\boxed{u_8=-4+8\times 5=-4+40=36}$
Et $\boxed{u_{20}=-4+20\times 5=-4+100=96}$

Exercice 11 : (w_n) est une suite arithmétique de terme initial $w_0=10{,}5$ et de raison 0,35.
$w_0=10{,}5$
$w_1=10{,}5+0{,}35$
$w_2=10{,}5+2\times 0{,}35$ $w_3=10{,}5+3\times 0{,}35$
etc...

Donc pour tout n ∈ ℕ, $w_n=10{,}5+n\times 0{,}35$

Donc $\boxed{w_{14}=10{,}5+14\times 0{,}35=15{,}4}$.
Et $\boxed{w_{19}=10{,}5+19\times 0{,}35=17{,}15}$.

Exercice 12 : (v_n) est une suite arithmétique de terme initial $v_1=8$ et de raison -5 .

$v_1=8$ $v_2=8-5$ $v_3=8-2\times5$ $v_4=8-3\times5$ etc...

Pour tout n ∈ $\mathbb{N}^*$, $v_n=8-(n-1)\times5$

Donc $\boxed{v_7=8-6\times5=-22}$ et $\boxed{v_{21}=8-20\times5=-92}$.

Exercice 13 : (u_n) est une suite arithmétique. Notons r sa raison. On sait que $u_0=-2$ et $u_{10}=2$.

Pour tout n ∈ $\mathbb{N}$, $\boxed{u_n=u_0+n\times r=-2+n\times r}$. Donc $u_{10}=-2+10\times r$.

Or $u_{10}=2$, donc $2=-2+10\,r$.

$2=-2+10\,r \Leftrightarrow 4=10\,r \Leftrightarrow \frac{4}{10}=r \Leftrightarrow \boxed{r=0{,}4}$.

La raison de la suite arithmétique (u_n) est de **0,4**.

Exercice 14 : (w_n) est une suite arithmétique. Notons r sa raison.

$w_1=100$ $w_2=100+r$ $w_3=100+2\,r$ $w_4=100+3\,r$ etc...

Donc pour tout n ∈ $\mathbb{N}^*$, $\boxed{w_n=100+(n-1)\,r}$.

En particulier, $w_9=100+8\,r$. Or on sait que $w_9=80$. Donc $100+8\,r=80$. (Si n=9, n-1=8)

$100+8\,r=80 \Leftrightarrow 8\,r=-20 \Leftrightarrow r=-\frac{20}{8} \Leftrightarrow \boxed{r=-2{,}5}$

La raison de la suite arithmétique (w_n) est donc de **–2,5**.

Comme pour tout n ∈ $\mathbb{N}^*$, $\boxed{w_n=100+(n-1)\,r}$, $w_{30}=100+29\times(-2{,}5)$ (Si n=30, n-1=29)

Donc $\boxed{w_{30}=27{,}5}$.

Exercice 15 : 1) $15\,000-600=14\,400$. **En 2002**, la population de cette ville était de **14 400 habitants**.
$14\,400-600=13\,800$. **En 2003**, la population de cette ville était de **13 800 habitants**.

2) Pour tout n ∈ $\mathbb{N}$ (du moins tant que p_n, reste un nombre positif) comme la population de la ville baisse de 600 habitant par an, $\boxed{p_{n+1}=p_n-600}$.

(p_n) est donc une suite arithmétique de raison $\boxed{-600}$. Son terme initial est $\boxed{p_0=15\,000}$.

3) $2014=2001+13$.

$p_{13}=p_0+13\times(-600)=15\,000-7\,800=7\,200$.

Si le même type d'évolution se maintient, la population de cette ville en 2014 sera de **7 200 habitants**.

Exercice 16 : Pour tout n ∈ $\mathbb{N}$, $u_{n+1}-u_n-1{,}5=0 \Leftrightarrow \boxed{u_{n+1}=u_n+1{,}5}$.

(u_n) est donc une **suite arithmétique de raison 1,5**.

Exercice 17 : (t_n) est une suite arithmétique de raison 12. $t_{15}=-50$.

$t_7=t_7$ $t_8=t_7+12$ $t_9=t_7+2\times12$ $t_{10}=t_7+3\times12$ etc...

Donc pour tout n, $t_n=t_7+(n-7)\times12$. Pour $n=15$, $t_{15}=t_7+(15-7)\times12$ soit $-50=t_7+8\times12$.

$-50=t_7+8\times12 \Leftrightarrow -8\times12-50=t_7 \Leftrightarrow \boxed{t_7=-146}$.

On peut aussi utiliser directement la formule $u_m = u_p + (m-p) \times raison$
On obtient bien $t_{15} = t_7 + (15-7) \times 12 \Leftrightarrow -50 = t_7 + 8 \times 12 \Leftrightarrow \boxed{t_7 = -146}$.

$t_{19} = t_{15} + (19-15) \times raison = -50 + 4 \times 12 = -2$. $\boxed{t_{19} = -2}$.

Exercice 18 : (w_n) est une suite géométrique de raison 3. $w_5 = 15$.
$\boxed{w_6 = w_5 \times 3 = 15 \times 3 = 45}$ $\boxed{w_7 = w_6 \times 3 = 45 \times 3 = 135}$

Exercice 19 : (u_n) est une suite géométrique de raison 5. $u_{13} = 50$.
$u_{13} = u_{12} \times 5$ donc $\boxed{u_{12} = \frac{u_{13}}{5} = \frac{50}{5} = 10}$. $u_{12} = u_{11} \times 5$ donc $\boxed{u_{11} = \frac{u_{12}}{5} = \frac{10}{5} = 2}$.

Exercice 20 : (a_n) est une suite géométrique. Notons q sa raison.
$a_8 = a_7 \times q$ et $a_9 = a_8 \times q = a_7 \times q^2$ soit $63 = 7 \times q^2 \Leftrightarrow \frac{63}{7} = q^2 \Leftrightarrow 9 = q^2 \Leftrightarrow q = 3$ ou $q = -3$.

(a_n) a pour raison **3** ou **-3**.

Exercice 21 : (w_n) est une suite géométrique de terme initial $w_0 = 10{,}5$ et de raison 0,45.
$w_0 = w_0$ $w_1 = w_0 \times 0{,}45$ $w_2 = w_1 \times 0{,}45 = w_0 \times 0{,}45^2$ $w_3 = w_0 \times 0{,}45^3$ etc...

Pour tout n ∈ ℕ, $\boxed{w_n = w_0 \times 0{,}45^n}$.

On a donc, en particulier, pour n=4 : $\boxed{w_4 = w_0 \times 0{,}45^4 = 10{,}5 \times 0{,}45^4 \approx 0{,}43}$
et pour n=6 : $\boxed{w_6 = w_0 \times 0{,}45^{16} = 10{,}5 \times 0{,}45^6 \approx 0{,}09}$.

Exercice 22 : (b_n) est une suite géométrique de raison 10 telle que $b_1 = 0{,}07$.
$b_1 = b_1$ $b_2 = b_1 \times 10$ $b_3 = b_2 \times 10 = b_1 \times 10^2$ $b_4 = b_1 \times 10^3$ etc...

Donc pour tout $n \geqslant 1$, $b_n = b_1 \times 10^{n-1}$.
Pour $n = 4$, on a $\boxed{b_4 = b_1 \times 10^3 = 0{,}07 \times 1000 = 70}$
Pour $n = 8$, on a $\boxed{b_8 = b_1 \times 10^7 = 0{,}07 \times 10^7 = 700\,000}$

Exercice 23 : (w_n) est une suite géométrique de raison 3.
$w_1 = w_1$ $w_2 = w_1 \times 3$ $w_3 = w_2 \times 3 = w_1 \times 3^2$ $w_4 = w_1 \times 3^3$ $w_5 = w_1 \times 3^4$ etc...
Donc pour tout n, $w_n = w_1 \times 3^{n-1}$.
En particulier, pour n=9, on a $w_9 = w_1 \times 3^8$ soit $19\,683 = w_1 \times 6\,561 \Leftrightarrow \frac{19\,683}{6\,561} = w_1 \Leftrightarrow \boxed{w_1 = 3}$.

Exercice 24 : 1) Chaque année, la valeur « remboursable » du lave-linge baisse de 15 %, c'est-à-dire qu'elle est multipliée par $1 - 15\,\% = 1 - 0{,}15 = 0{,}85$.
Un an après l'achat, la valeur remboursable du lave-linge sera de $\boxed{750\,€ \times 0{,}85 = 637{,}50\,€}$.
Deux ans après l'achat, la valeur remboursable du lave-linge sera de $\boxed{637{,}50\,€ \times 0{,}85 \approx 541{,}88\,€}$

2) Chaque année, la valeur remboursable du lave-linge est multipliée par 0,85, donc pour tout n,
$v_{n+1} = 0{,}85 \times v_n$. (v_n) est donc une suite géométrique de **raison 0,85**. Son terme initial est $\boxed{v_0 = 750}$.
Pour tout n ∈ ℕ, $v_n = v_0 \times raison^n$ soit $\boxed{v_n = 750 \times 0{,}85^n}$.