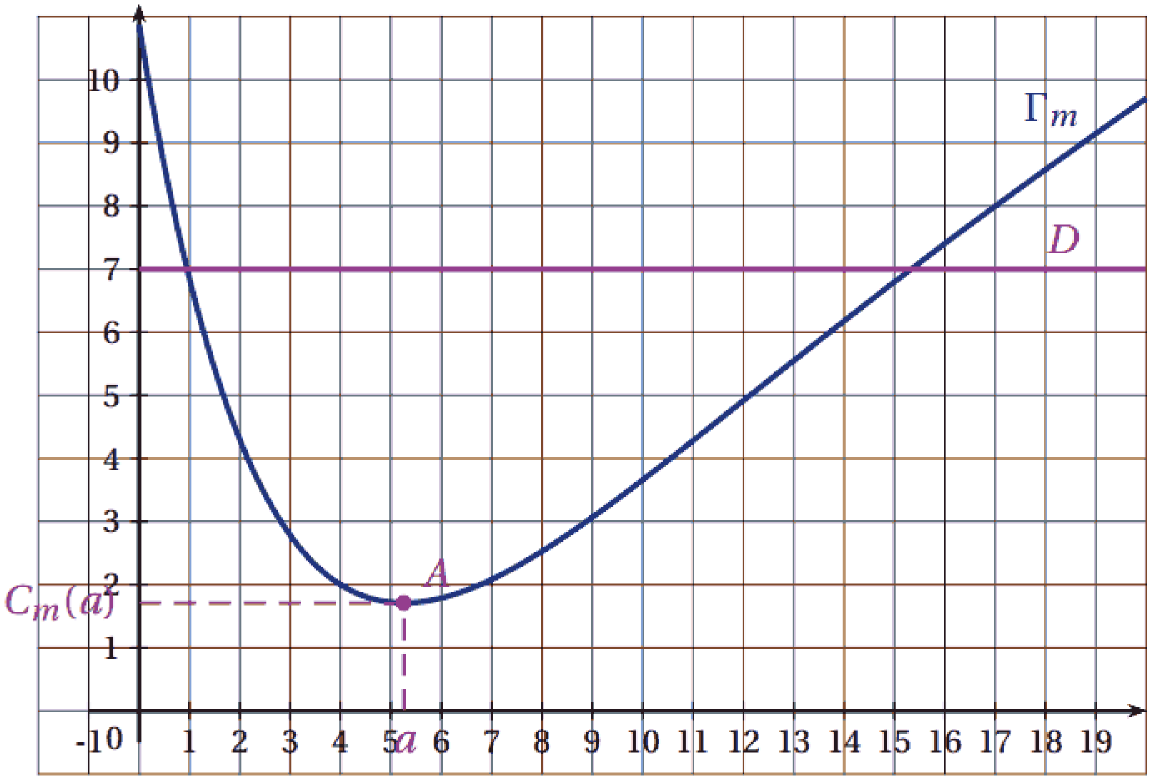
Exercice 1 : Extrait de l'exercice 4 du bac ES Asie, 20 juin 2012.



On s'intéresse à une entreprise de détergents industriels. Elle produit chaque jour une quantité q en tonnes comprise entre 0 et 20. On rappelle que :
- Le coût marginal $\mathrm{C_m}(q)$ est la variation du coût obtenue par la production et la vente d'une tonne supplémentaire de détergent sachant qu'on en a déjà vendu une quantité de q tonnes.
- Le bénéfice marginal $\mathrm{B_m}(q)$ est la différence entre le prix unitaire et le coût marginal $\mathrm{C_m}(q)$.

Partie A : Aspect graphique.

Dans le repère ci-dessus, on donne :
- une courbe représentative Γ_m de la fonction $\mathrm{C_m}$ correspondant au coût marginal en milliers d'euros.
- La courbe représentative D de la fonction U correspondant au prix de vente unitaire en milliers d'euros.
- Le point $\mathrm{A}(a;\mathrm{C_m}(a))$, sommet de la courbe Γ_m.

1) Déterminer graphiquement $\mathrm{C_m}(4)$.
2) Déterminer graphiquement $\mathrm{B_m}(4)$
Donner une interprétation de ce résultat dans le contexte de l'entreprise.
3) Pour quelle(s) quantité(s), en tonnes, le bénéfice marginal est-il nul ? (les valeurs seront données à la demi-tonne près).
4) En déduire un encadrement de la quantité à produire, en tonnes, pour obtenir un bénéfice marginal positif.

Partie B : Aspect algébrique.

Dans cette partie, le coût marginal est donné par $\mathrm{C_m}(q)=0{,}5\,q+(4-q)\mathrm{e}^{(1-0{,}25\,q)}$ pour q appartenant à l'intervalle [0;20] ; et le prix de vente unitaire est donné par $\mathrm{U}(q)=7$ pour q appartenant à l'intervalle $[0;20]$.
On admet que la fonction $\mathrm{C_m}$ est dérivable sur l'intervalle [0;20].

Le tableau de variations de la fonction $\mathrm{C_m}$ est donné ci-dessous. On admet que le nombre réel a est compris entre 5 et 6.

q	0		a		20
$C'_m(q)$		$-$	0	$+$	
$C_m(q)$	$C_m(0)$	↘	$C_m(a)$	↗	$C_m(20)$

1) a) Justifier que l'équation $\mathrm{C_m}(q)=7$ admet une unique solution q_0 dans l'intervalle [10;20].

b) À l'aide de votre calculatrice, donner un arrondi de q_0 au dixième.

c) Donner, en justifiant, la valeur de $\mathrm{B_m}(q_0)$. Ce résultat est-il cohérent avec la question 3 de la partie A ?

2) Vérifier que $\mathrm{C_m}$ est la dérivée de la fonction C, définie sur l'intervalle [0;20], par :
$\mathrm{C}(q)=10+0{,}25q^2+4q\times \mathrm{e}^{[1-0{,}25q]}$. Cette fonction C est la fonction coût total.

3) Déterminer le bénéfice total obtenu pour la fabrication et la vente de 15,3 tonnes de détergent.

Exercice 2 : extrait de l'exercice 1 du Bac ES Nouvelle Calédonie – novembre 2010.

1) Dans cette question, aucune justification n'est demandée, tous les tracés demandés seront effectués sur le repère orthonormal fourni en annexe 2 qui sera rendu avec la copie.

On souhaite tracer la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f satisfaisant les conditions suivantes :
- La fonction f est définie et dérivable sur l'intervalle [0;6].
- Le maximum de la fonction f est 5, il est atteint pour x=0
- Le minimum de la fonction f est 1.
- On note f' la fonction dérivée de f et on sait que $f'(0)=-3$, $f(6)=3$ et $f'(6)=2$.
- Le signe de la fonction f' de f est donné par le tableau suivant :

x	0		4		6
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	

a) Compléter le tableau de variations de f , fourni en annexe 1. On fera figurer dans le tableau les images par f de 0, de 4 et de 6.

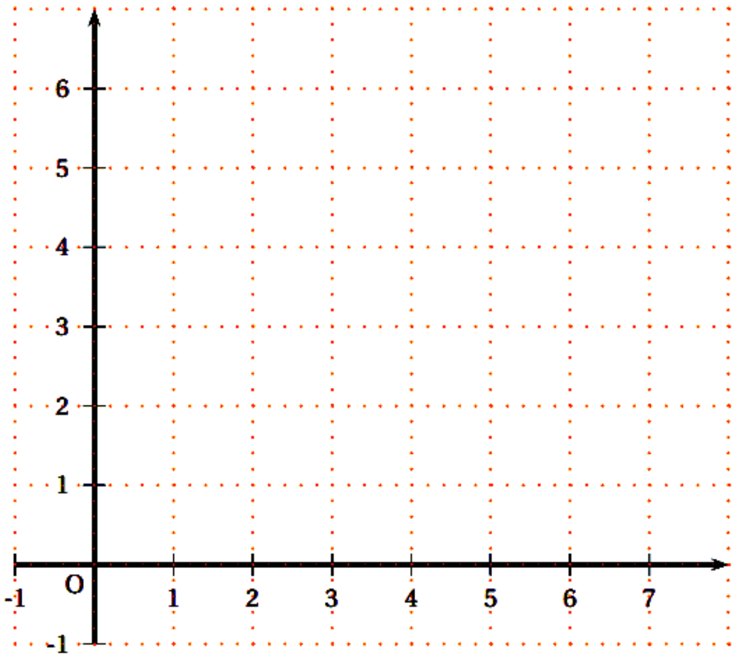
b) Donner l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 6.

c) Tracer dans le repère fourni en annexe 2 la courbe représentative d'une fonction satisfaisant toutes les conditions ci-dessus. On placera les points d'abscisses 0, 4, 6 et on tracera les tangentes à la courbe en ces points.

annexe 1

x	0		4		6
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
variations de f					

annexe 2



Exercice 3 : Extrait du bac ES, Antilles-Guyane, septembre 2010.

Partie A : On considère la fonction f définie sur l'intervalle [1;6] par :

$$f(x) = ax + b - \frac{16}{x}$$, où a et b sont des nombres réels.

On admet que f est dérivable sur l'intervalle [1;6] et on note f' la fonction dérivée de f sur cet intervalle. La courbe représentative de f, donnée en annexe, coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses 1 et 4 et admet une tangente horizontale au point A de coordonnées (2;4).

1) a) Déterminer graphiquement les valeurs de $f(1)$, $f(2)$, $f(4)$ et $f'(2)$.

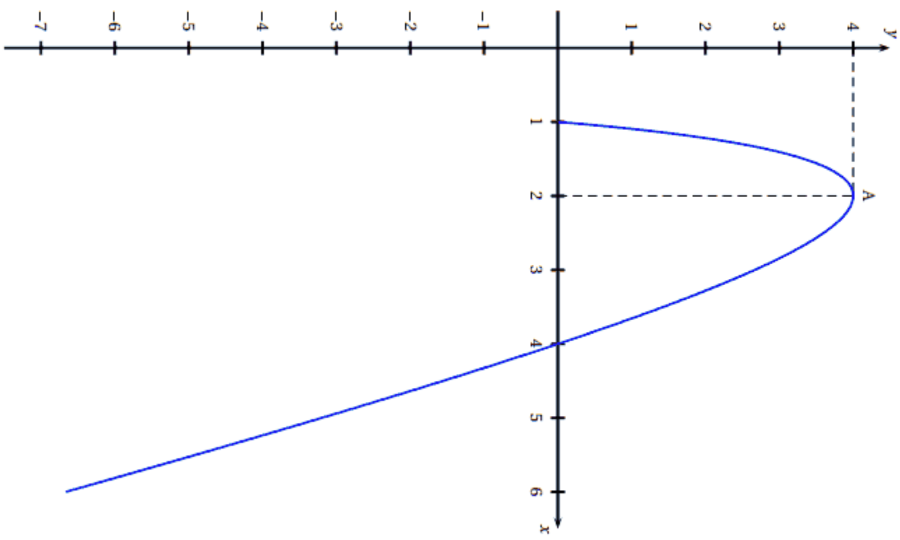
b) En utilisant les résultats de la question 1) a), déterminer les valeurs des réels a et b.

2) On admet que la fonction f est définie sur $[1;6]$ par $f(x) = -4x + 20 - \frac{16}{x}$.

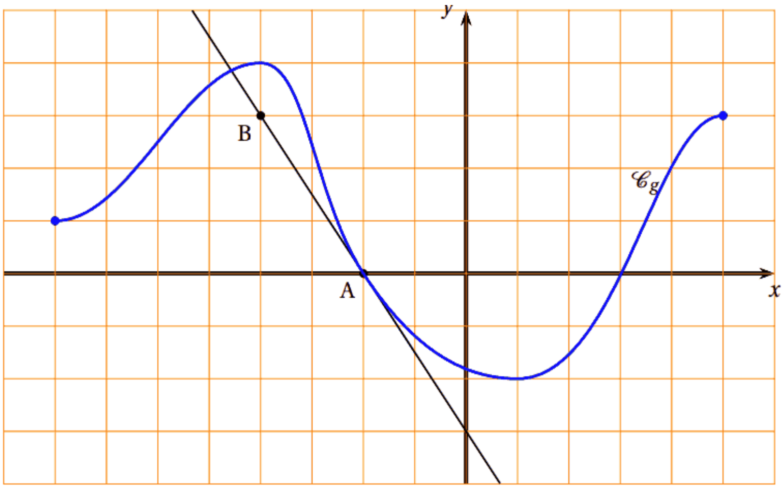
a) Calculer $f'(x)$ puis étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle [1;6]

b) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur [1;6] précisant uniquement les valeurs de $f(1)$, $f(2)$ et $f(4)$.

c) En déduire le signe de f(x) sur l'intervalle [1;6]



Exercice 4 : Extrait de l'exercice 1 du Bac ES Pondichéry – 17 avril 2012



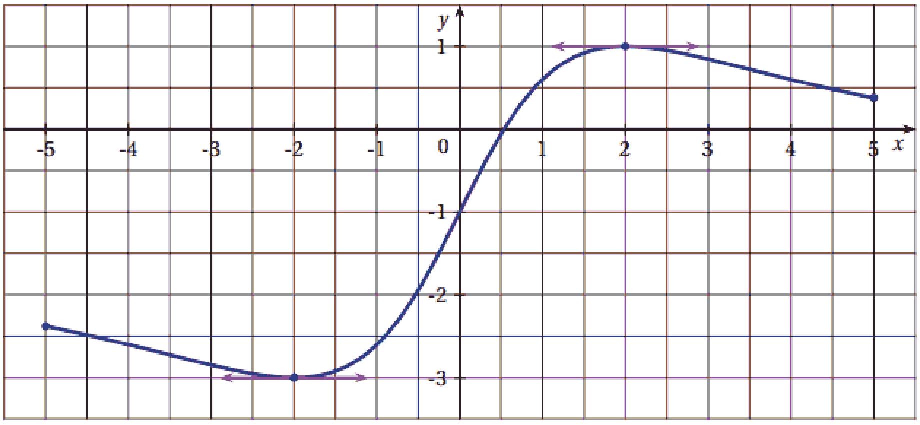
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses proposées est exacte. Recopier le numéro de chaque question et indiquer la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.

1) La courbe $\mathscr{C}_g$ tracée ci-contre est la représentation graphique d'une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[-8;5]$.
La droite (AB) tracée sur le graphique est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_g$ au point A d'abscisse -2. On note g' la fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle $[-8;5]$.

a) $g'(-2)=-1{,}5$ b) $g'(-2)=0$ c) $g'(-2)=-\dfrac{2}{3}$

Exercice 5 : Extrait de l'exercice 1 du bac ES Liban du 24 mai 2012.



Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte. Pour chaque question, indiquer par a), b), c) l'unique bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporter 1 point.
Une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève ni ne rapporte aucun point.

On considère la représentation graphique ci-dessus d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-5;5]$ telle que :

• f s'annule en 0,5. • La courbe représentative de f admet une tangente horizontale au point d'abscisse -2 et une tangente horizontale au point d'abscisse 2.
On notera f' la fonction dérivée de f.

1) Sur [-5;5], l'équation $f'(x)=0$ admet exactement :
a) Zéro solution **b)** Une solution **c)** Deux solutions.

2) Sur [-5;5], l'inéquation $f'(x)\geqslant 0$ admet pour ensemble de solutions :
a) $[-2;2]$ **b)** $]0;1]$ **c)** $]0{,}5;5]$