Exercice 1 : 1) a) Pour tout x ∈ [0;1[, $f(x)=x^2$, donc $f'(x)=2x$.

Comme x ∈ [0;1[, $x\geqslant 0$, donc $2x\geqslant 0$, donc $\boxed{f'(x)\geqslant 0}$, avec $f'(x)=0$ si et seulement si $x=0$.

b) Pour tout x ∈ [1;2], $f(x)=2-(x-2)^2$. Calculons $f'(x)$ sur cet intervalle :

$$f(x)=2-(x-2)^2=2-(x^2-4x+4)=-x^2+4x-2 \text{ donc } f'(x)=-2x+4$$

$-2x+4=0 \Leftrightarrow -2x=-4 \Leftrightarrow x=2$. On a donc le tableau de signes suivant :

x	1		2		4
$f'(x)=-2x+4$		+	0	–	

$f'(x)$ est strictement positif pour x ∈ [1;2[, nul pour x=2 et strictement négatif pour x ∈]2;4].

2)

x	0		1		2		4
$f'(x)$	0	+		+	0	–	
f	0	↗		↗	2	↘	−2

$f(0)=0^2$ $\quad f(2)=2-(2-2)^2=2$ $\quad f(4)=2-(4-2)^2=2-2^2=-2$

Oui, ce tableau de variations est conforme avec l'allure de la courbe sur l'énoncé.

3) On sait que f est continue sur [0;1[car elle est définie par une fonction polynôme sur cet intervalle.

On sait aussi que f est continue sur [1;2], car elle est aussi définie par une fonction polynôme sur cet intervalle.

L'énoncé nous demande d'admettre que *f* est continue en 1.

On en déduit que f est continue sur [0;4]

4) a) Sur l'intervalle [0;2] : f est *continue* et *strictement croissante*. On a : $f(0)=0$ et $f(2)=2$.

Comme 0 est compris entre 0 et 2, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x)=0$ admet une solution et une seule sur [0;2], et on sait que cette solution est 0, puisque $f(0)=0$.

Sur l'intervalle [2;4] : f est *continue* et *strictement décroissante*. $f(2)=2$ et $f(4)=-2$.

Comme 0 est compris entre -2 et 2, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, on sait que l'équation $f(x)=0$ admet une solution et une seule dans l'intervalle [2;4]. On nomme α cette solution.

b) Pour calculer α, on résout l'équation $f(x)=0$ dans [2;4].

Pour tout x de [2;4], $f(x)=2-(x-2)^2$. On résout donc dans [2;4] l'équation $2-(x-2)^2=0$.

$$2-(x-2)^2=0 \Leftrightarrow 2-(x^2-4x+4)=0 \Leftrightarrow -x^2+4x-2=0$$

$$\Delta=4^2-4\times(-1)\times(-2)=16-4=12=(2\sqrt{3})^2$$

Dans ℝ, l'équation $-x^2+4x-2=0$ a deux solutions :

$x_1=\dfrac{-4-2\sqrt{3}}{2\times(-1)}=\dfrac{-4-2\sqrt{3}}{-2}=\dfrac{4+2\sqrt{3}}{2}=2+\sqrt{3}$ et $x_2=\dfrac{-4+2\sqrt{3}}{-2}=2-\sqrt{3}$.

Laquelle appartient à l'intervalle [2;4] ? $2+\sqrt{3}$, car $\sqrt{3}\approx 1{,}73$. On a donc $\boxed{\alpha=2+\sqrt{3}}$.

5) Sur l'intervalle [0;2], *f* est *continue* et *strictement croissante*, $f(0)=0$ et $f(2)=2$.
Comme 1 est compris entre 0 et 2, le théorème des valeurs intermédiaires nous permet d'affirmer que l'équation $f(x)=1$ admet une solution et une seule dans l'intervalle [0;2].

Sur l'intervalle [2;4], *f* est *continue* et *strictement décroissante*. On a $f(2)=2$ et $f(4)=-2$.
Comme 1 est compris entre -2 et 2 , le théorème des valeurs intermédiaires nous permet d'affirmer que l'équation $f(x)=1$ admet une solution et une seule dans [2;4].

- Calculons la solution de f(x)=1 qui se situe dans [0;2] :

Si $x\in[0;1[$, $f(x)=x^2$.
$f(x)=1 \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=1$ ou $x=-1$. Cette équation n'a pas de solution dans [0;1[.

Si $x\in[1;2]$, $f(x)=2-(x-2)^2$.
$f(x)=1 \Leftrightarrow 2-(x-2)^2=1 \Leftrightarrow -x^2+4x-2=1 \Leftrightarrow -x^2+4x-3=0$.

$\Delta=4^2-4\times(-1)\times(-3)=16-12=4=2^2$

Dans ℝ, l'équation $-x^2+4x-3=0$ a deux solutions : $x_3=\dfrac{-4-2}{2\times(-1)}=\dfrac{-6}{-2}=3$ et $x_4=\dfrac{-4+2}{-2}=1$.
L'une de ces deux solutions, 1, est dans l'intervalle de résolution [1;2].

Bilan : la solution de l'équation $f(x)=1$ qui se situe dans l'intervalle [0;2] est $\boxed{1}$.

- Calculons la solution de f(x)=1 dans [2;4] :

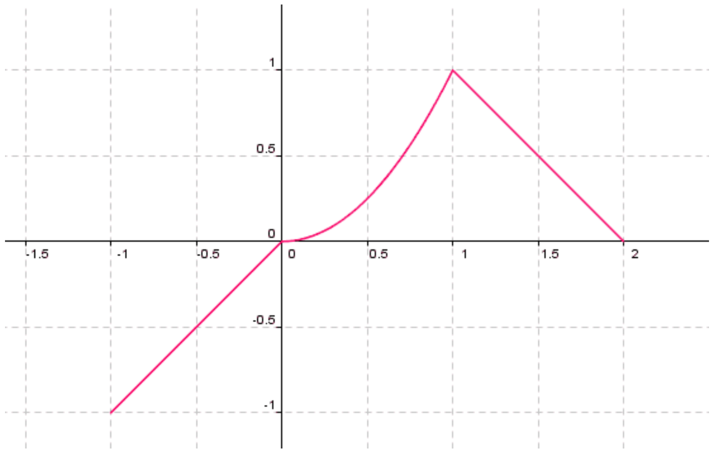
Lorsque $x\in[2;4]$, $f(x)=2-(x-2)^2$.
On a vu qu'alors, $f(x)=1 \Leftrightarrow -x^2+4x-3=0$ et qu'une solution de cette équation, 3, est dans l'intervalle [2;4]. Bilan : la solution de l'équation $f(x)=1$ qui se situe dans l'intervalle [2;4] est $\boxed{3}$.

Ces deux valeurs sont bien celles qu'on peut lire sur le graphique : les abscisses des points d'intersection entre la courbe représentative de *f* et la droite d'équation $y=1$.

Exercice 2 : 1) Sur [-1;0[, $f(x)=x$ donc $f'(x)=1$ donc $f'(x)>0$.
Sur [0;1[, $f(x)=x^2$ donc $f'(x)=2x$ donc, puisque $x\in[0;1[$, $x\geqslant 0$ donc $2x\geqslant 0$ avec $2x=0$ si et seulement si $x=0$. Donc, sur [0;1[, $f'(x)\geqslant 0$ avec $f'(x)=0$ si et seulement si $x=0$.
Sur [1;2], $f(x)=-x+2$ donc $f'(x)=-1$ donc $f'(x)<0$.

x	-1		0		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	
f	-1	$\nearrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Calculons : $f(-1)=-1$ $f(0)=0^2=0$ $f(1)=-1+2=1$ $f(2)=-2+2=0$



2) L'énoncé nous demande d'admettre que la fonction f est *continue* sur [-1;2]. Elle l'est donc en particulier sur [-1;1]. De plus, sur [-1;1], elle est *strictement croissante*. $f(-1)=-1$ et $f(1)=1$, donc le théorème des valeurs intermédiaires nous permet d'affirmer que tout nombre de [-1;1] admet un antécédent et un seul dans [-1;1].

3) L'équation (E) $f(x)=\frac{1}{4}$

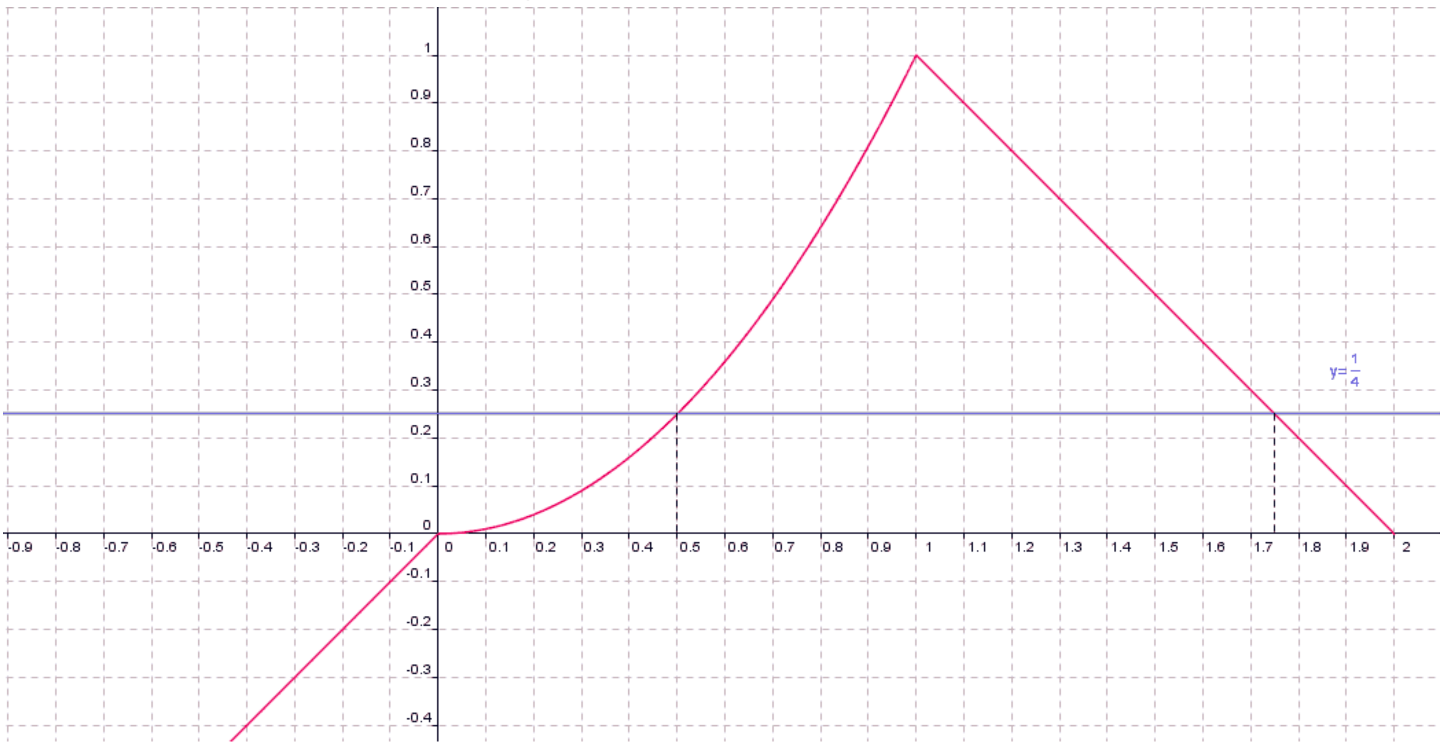
a) Admet une solution et une seule dans [0;1] car *f* est continue et strictement croissante sur cet intervalle, car $f(0)=0$, $f(1)=1$ et car $0<\frac{1}{4}<1$.

b) Cette équation admet une autre solution dans [1;2].

En effet, *f* est *continue* et *strictement décroissante* sur [1;2], $f(1)=1$, $f(2)=0$ et $0<\frac{1}{4}<1$.

En revanche, dans [-1;0], l'équation (E) n'admet pas de solution car : f est continue et strictement croissante dans [-1;0], mais $f(-1)=1$ et $f(0)=0$, et $\frac{1}{4}$ n'est pas compris dans l'intervalle [-1;0].

Au total, dans [-1;2], l'équation $f(x)=\frac{1}{4}$ admet exactement 2 solutions : l'une dans [0;1] et l'autre dans [1;2].



c) Pour la lecture graphique, on trace la droite d'équation $y=\frac{1}{4}$ et on lit les abscisses de ses points d'intersection avec la courbe représentative de *f*. On lit approximativement : 0,5 et 1,75.

Calculons les valeurs exactes de ces deux solutions :

<u>Sur [0;1[</u>, $f(x)=x^2$, donc $f(x)=\frac{1}{4} \Leftrightarrow x^2=\frac{1}{4} \Leftrightarrow x=\sqrt{\frac{1}{4}}$ ou $x=-\sqrt{\frac{1}{4}} \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ ou $x=-\frac{1}{2}$.

La solution qui est dans l'intervalle [0;1[est $\boxed{\frac{1}{2}}$.

Sur [1;2], $f(x)=-x+2$, donc $f(x)=\frac{1}{4} \Leftrightarrow -x+2=\frac{1}{4} \Leftrightarrow -x=\frac{1}{4}-2 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{4}+\frac{8}{4}=\frac{7}{4}=1{,}75$.

Par le calcul, nous trouvons les mêmes solutions que par lecture graphique : $\boxed{0{,}5}$ et $\boxed{1{,}75}$.

Exercice 3 :

1) $f(x)=x^3+12x-1$ I=[0;1]

f est dérivable sur ℝ et, pour tout $x \in$ ℝ, $\boxed{f'(x)=3x^2+12}$.

Pour tout x de ℝ, $\boxed{f'(x)>0}$, car pour tout x ∈ ℝ, $x^2 \geqslant 0$, donc $3x^2 \geqslant 0$ donc $3x^2+12 \geqslant 12>0$.

f est dérivable, donc *continue* (car c'est une fonction polynôme), et de dérivée strictement positive, donc *strictement croissante* sur ℝ, donc en particulier sur [0;1].

$f(0)=0^3+12\times 0-1=-1$ $f(1)=1^3+12\times 1-1=12$.

0 est compris entre -1 et 12.

Donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x)=0$ admet une solution et une seule sur I.

Nommons α cette solution, et effectuons un balayage de pas 0,1 de l'intervalle [0;1] à l'aide de la fonction « tableau de valeurs » de la calculatrice. On trouve (valeurs arrondies à 10^{-2} près) :

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$f(x)$	-1	0,2	1,41	2,63	3,86	5,13	6,42	7,74	9,11	10,53	12

α est donc compris dans l'intervalle]0;0,1[

2) $f(x)=x^2+\sqrt{x}-3$ I=[1;2]

f est définie sur [0;+∞[et dérivable sur]0;+∞[(restriction à cause de la fonction racine carrée dans la formule).
Elle est donc, en particulier, *continue* car dérivable sur [1;2].

Pour tout x de]0;+∞[, $\boxed{f'(x)=2x+\frac{1}{2\sqrt{x}}}$.

Lorsque $x \in$ [1;2], x>0, donc $2x>0$, et $\sqrt{x}>0$ donc $2\sqrt{x}>0$ donc $\frac{1}{2\sqrt{x}}>0$.

$f'(x)$ est la somme de deux nombres strictement positifs, $2x$ et $\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

$f'(x)$ est donc strictement positif sur [1;2], donc *f* est *strictement croissante* sur I=[1;2].

$f(1)=1^2+\sqrt{1}-3=-1<0$ $f(2)=2^2+\sqrt{2}-3=4+\sqrt{2}-3=1+\sqrt{2}>0$

D'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x)=0$ admet une solution et une seule, que nous appellerons α, dans l'intervalle [1;2].

Pour trouver un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}, effectuons à la calculatrice un tableau de valeurs de *f* sur l'intervalle [1;2], de pas 0,1 (les valeurs de f(x) sont arrondies à 10^{-2} près) :

x	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
f(x)	-3	-0,74	-0,46	-0,17	0,14	0,47	0,82	1,19	1,58	1,99	2,41

α est donc compris dans l'intervalle]1,3 ; 1,4 [

3) $f(x)=x^3-\frac{3}{x}+1$ I=[1;2]

f est dérivable sur]–∞;0[ainsi que sur]0;+∞[, comme la fonction inverse.

Pour tout $x \neq 0$, $\boxed{f'(x)=3x^2+\frac{3}{x^2}}$.

Lorsque x ∈[1;2], $x>0$ donc $x^2>0$, donc $3x^2>0$ et $\frac{3}{x^2}>0$.

$f'(x)$ est la somme de deux nombres strictement positifs, donc $f'(x)$ est strictement positif.

f est dérivable donc *continue* sur [1;2].
f a une dérivée strictement positive, donc f est *strictement croissante* sur [1;2].

$f(1)=1^3-\frac{3}{1}+1=-1$ <0 $f(2)=2^3-\frac{3}{2}+1=8-1,5+1=7,5$ >0

D'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x)=0$ admet une solution et une seule dans I. Nommons α cette solution.

Pour trouver un encadrement de α d'amplitude 0,1, effectuons un tableau de valeurs à la calculatrice, qui balaye l'intervalle [1;2] avec un pas de 0,1. (Dans le tableau, les valeurs de $f(x)$ sont arrondies à 10^{-2} près.)

x	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
$f(x)$	-1	-0,4	0,23	0,89	1,6	2,38	3,22	4,15	5,17	6,28	7,5

α se situe donc dans l'intervalle]1,1 ; 1,2[

Exercice 4 : 1) f est une fonction polynôme. Elle est donc définie, *continue* et dérivable sur ℝ.
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x)=2\times3x^2-6=6x^2-6=6(x^2-1)=6(x-1)(x+1)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
6		+		+		+	
$x-1$		–		–	0	+	
$x+1$		–	0	+		+	
$f'(x)$		+	0	–	0	+	
f		↗	5	↘	-3	↗	

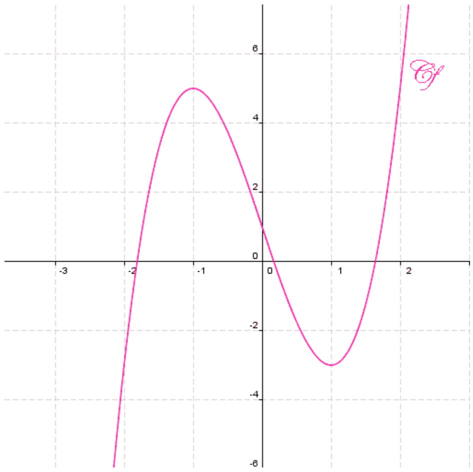
$f(-1)=2\times(-1)^3-6\times(-1)+1=-2+6+1=5$
$f(1)=2\times1^3-6\times1+1=2-6+1=-3$

2) D'après son tableau de variations, f est donc *strictement décroissante* et *continue* sur [-1;1].

On sait aussi que $f(-1)=5$ donc $f(-1)>0$
Et que $f(1)=-3$ donc $f(1)<0$.

D'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation f(x)=0 admet une solution et une seule, que nous nommons β, dans l'intervalle [-1;1] et même dans]-1;1[puisque f(-1)>0 et f(1)<0.

3) a) Pour ne pas chercher à l'aveuglette, faisons tracer la courbe de la fonction *f* par un grapheur ou par la calculatrice. Il semble que $f(-2)$ soit inférieur à 0. Vérifions-le par le calcul :
$f(-2)=2\times(-2)^3-6\times(-2)+1=-16+12+1=-3$.
On peut donc choisir $a=-2$. On a bien $f(a)<0$.



b) D'après le tableau de variations de f, comme *f* est strictement croissante sur]–∞;-2] et comme $f(-2)<0$, l'équation $f(x)=0$ n'a pas de solution sur]–∞;-2], puisque pour tout x de]–∞;-2], f(x) sera inférieur à $f(-2)$, donc à 0.

On a vu que f est *continue* et *strictement croissante* sur]–∞;-1], donc en particulier sur [-2;-1], que $f(-2)<0$ et $f(-1)>0$.
D'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x)=0$ admet une solution et une seule, α, dans $[-2;-1]$ et même dans]-2;-1[puisque f(-2) et f(-1) ne sont pas égaux à 0.

Bilan : sur]–∞ ; -1], l'équation $f(x)=0$ admet une solution et une seule, α, qui est comprise entre -2 et -1.

4) La courbe nous fait penser que $f(2)$ doit-être strictement supérieur à 0. Vérifions-le par le calcul :
$f(2)=2\times2^3-6\times2+1=16-12+1=5$ Donc $f(2)>0$.
On sait aussi que $f(1)<0$, et que f est *continue* et *strictement croissante* sur l'intervalle [1;2].
D'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x)=0$ admet une solution et une seule, que nous appellerons γ, dans l'intervalle [1;2] et même dans l'intervalle]1;2[puisque ni $f(1)$, ni $f(2)$ ne sont nuls.

Sur [2;+∞[, on a vu que f est strictement croissante. Comme $f(2)>0$, pour tout x de [2;+∞[, on aura $f(x)>f(2)>0$, donc $f(x)\neq0$. L'équation $f(x)=0$ n'a pas de solution sur [2;+∞[.

Bilan : sur [1;+∞[, l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution γ, qui est comprise entre 1 et 2.

5) En utilisant un tableau de valeurs avec un pas de 10^{-1}, on trouve à la calculatrice :
$f(-1,9)\approx-1,318$ et $f(-1,8)\approx0,136$ donc $f(-1,9)<0$ et $f(-1,8)>0$ donc $\boxed{-1,9<\alpha<-1,8}$.
$f(0,1)\approx0,402$ et $f(0,2)\approx-0,184$, donc $f(0,1)>0$ et $f(0,2)<0$, donc $\boxed{0,1<\beta<0,2}$.
$f(1,6)\approx-0,408$ et $f(1,7)\approx0,626$, donc $f(1,6)<0$ et $f(1,7)>0$, donc $\boxed{1,6<\gamma<1,7}$.

Partie B : Inéquation $2x^3-6x+1\geqslant0$.

L'étude des variations de *f* nous permet de dresser son tableau de signes :

x	–∞		α		β		γ		+∞
$f(x)$		–	0	+	0	–	0	+	

L'ensemble des solutions de l'inéquation $2x^3-6x+1\geqslant0$ est donc : S=[α;β]∪[γ;+∞[.

Exercice 5 : $f(x)=\dfrac{x^3-1}{x^2+2x+1}$.

1) a) f n'est définie que lorsque le dénominateur x^2+2x+1 est non nul.
Résolvons l'équation $x^2+2x+1=0$ pour déterminer les valeurs interdites de *f*.

$x^2+2x+1=0 \Leftrightarrow (x+1)^2=0 \Leftrightarrow x+1=0$ (Car seul zéro a un carré nul) $\Leftrightarrow x=-1$.

f a une valeur interdite qui est -1. L'ensemble de définition de *f* est dont $\boxed{Df=]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[}$.

b) *f* est une fonction rationnelle. Elle est donc dérivable (et donc continue) sur chacun des intervalles qui composent son ensemble de définition, c'est-à-dire sur]–∞;-1[ainsi que sur]-1;+∞[. (Mais pas sur leur réunion, puisque les notions de dérivabilité et de continuité n'ont de sens que sur des intervalles).

On peut donc calculer $f'(x)$ pour tout *x* différent de -1 :

$f(x)=\dfrac{u(x)}{v(x)}$ avec $u(x)=x^3-1$, $u'(x)=3x^2$
$v(x)=x^2+2x+1=(x+1)^2$, $v'(x)=2x+2=2(x+1)$

Donc $f'(x)=\dfrac{u'(x)v(x)-v'(x)u(x)}{(v(x))^2}=\dfrac{3x^2\times(x+1)^2-2(x+1)(x^3-1)}{(x+1)^4}=\dfrac{(x+1)(3x^2(x+1))-2(x^3-1)}{(x+1)^4}$

$f'(x)=\dfrac{3x^2(x+1)-2(x^3-1)}{(x+1)^3}$ (On a le droit de simplifier par (x+1) car il est non nul puisque $x\neq-1$.)

$f'(x)=\dfrac{3x^3+3x^2-2x^3+2}{(x+1)^3}$ donc on a bien $\boxed{f'(x)=\dfrac{x^3+3x^2+2}{(x+1)^3}}$.

c) Le signe de $(x+1)^3$ est le même que celui de $x+1$.

En effet, si $x+1>0$, $(x+1)^3$ est le produit de 3 facteurs strictement positifs, et, d'après la règle des signes, $(x+1)^3>0$.
Si $x+1=0$ alors $(x+1)^3=0^3=0$
Et si $x+1<0$, alors $(x+1)^3$ est le produit de trois facteurs strictement négatifs, donc, d'après la règle des signes, $(x+1)^3<0$.

On peut justifier cette affirmation différemment, en se référant la à fonction cube qui est une fonction usuelle dont on connaît les variations et l'allure de la courbe représentative : d'après ce qu'on connaît de cette fonction, un nombre et son cube sont toujours de même signe.

On a donc le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$(x+1)^3$		–	0	+	

Pour tout x ≠ -1, $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$.

D'après la règle des signes, $f'(x)$ sera du signe de $g(x)$ si $(x+1)^3>0$, c'est-à-dire si $x\in\ ]-1;+\infty[$.
et $f'(x)$ sera du signe contraire à celui de $g(x)$ si $(x+1)^3<0$, c'est-à-dire si $x\in\ ]-\infty;-1[$.

2) a) $g(x)=x^3+3x^2+2$. g est une fonction polynôme, elle est donc définie, continue et dérivable sur ℝ.
Pour tout $x \in$ ℝ, $g'(x)=3x^2+6x=3x(x+2)$.

b)

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$3x$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
g'(x)		$+$	0	$-$	0	$+$	
g		↗	6	↘	2	↗	

$g(-2)=(-2)^3+3\times(-2)^2+2=-8+12+2=6$ $g(0)=0^3+3\times 0^2+2=2$

c) D'après le tableau de variations de g, l'équation $g(x)=0$ ne peut pas admettre de solution ni dans $[-2;0]$, ni dans $[2;+\infty[$.

En effet : g est strictement décroissante sur $[-2;0]$ et $g(0)>0$. Donc pour tout x de [-2;0], $g(x)\geqslant g(0)>0$ donc g(x)≠0.

g est strictement croissante sur [0;+∞[et $g(0)>0$, donc, pour tout x de [0;+∞[, $g(x)\geqslant g(0)>0$ donc g(x)≠0.

Si l'équation $g(x)=0$ admet une solution α, celle-ci doit donc se situer dans l'intervalle]–∞;-2[.
Comme $g(-2)>0$, cherchons un nombre inférieur à -2 dont l'image par g soit strictement négative.

Pour nous aider, faisons tracer la courbe représentative de g à un grapheur ou à la calculatrice.

Il semble que $g(-4)<0$. Vérifions-le.

$g(-4)=(-4)^3+3\times(-4)^2+2=-64+48+2=-14$. On a bien $g(-4)<0$.

Comme l'énoncé nous suggère de chercher α dans l'intervalle [-4;-3], on calcule $g(-3)$ en s'attendant à trouver une valeur strictement positive :

$g(-3)=(-3)^3+3\times(-3)^2+2=-27+27+2=2$ Donc $g(-3)>0$.

g est donc *continue* et *strictement croissante* sur l'intervalle $[-4;-3]$ (puisqu'elle est continue et strictement croissante sur]–∞;-2]) et de plus, $g(-4)<0$ et $g(-3)>0$.

D'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $g(x)=0$ admet une solution et une seule dans l'intervalle [-4;-3].

Il est rigoureux de préciser que cette équation ne peut pas admettre de solution sur l'intervalle]–∞;-4], puisque g est strictement croissante sur cet intervalle et que $g(-4)<0$, ni sur l'intervalle [-3;-2], puisque g est strictement croissante sur cet intervalle et que $g(-3)>0$.

Le bilan est que, sur ℝ, l'équation $g(x)=0$ admet une solution α et une seule, et que celle-ci est comprise dans l'intervalle [-4;-3] et même]-4;-3[puisque g(-4) et g(-3) sont différents de 0.

Un premier tableau de valeurs nous indique un intervalle d'amplitude 10^{-1} dans lequel se situe α :
(Les valeurs sont arrondies à 10^{-3} près)

x	-4	-3,9	-3,8	-3,7	-3,6	-3,5	-3,4	-3,3	-3,2	-3,1	-3
$g(x)$	-14	-11,689	-9,552	-7,583	-5,776	-4,125	-2,624	-1,267	-0,048	1,039	2

α se situe donc dans l'intervalle]-3,2;-3,1[

Un second tableau de valeurs, balayant l'intervalle [-3,2;-3,1], nous permet d'obtenir un encadrement de α à 10^{-2} près :

x	-3,2	-3,19	-3,18	-3,17	-3,16	-3,15	-3,14	-3,13	-3,12	-3,11	-3,1
$g(x)$	-0,048	0,067	0,180	0,292	0,402	0,512	0,620	0,726	0,832	0,936	1,039

α se situe donc dans l'intervalle $\boxed{]-3{,}20;-3{,}19[}$.

d) Le tableau de variations de g et la connaissance de l'existence de la solution α à l'équation $g(x)=0$ nous permet de construire le tableau de signes de g :

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

3) a) et b)

x	$-\infty$		α		-1		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x+1)^3$		$-$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	
f		↗	f(α)	↘	‖	↗	