Exercice 4 du bac blanc du 12 avril 2013 du Lycée Pierre Bourdan
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité.

Énoncé :

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des 5 questions, trois réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

Barème : une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte enlève 0,25 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.

1) L'ensemble des solutions dans ℝ de l'inéquation $e^{3x}-1\geqslant 0$ est l'intervalle :

- $[0;+\infty[$
- $[1;+\infty[$
- $[\frac{1}{3};+\infty[$

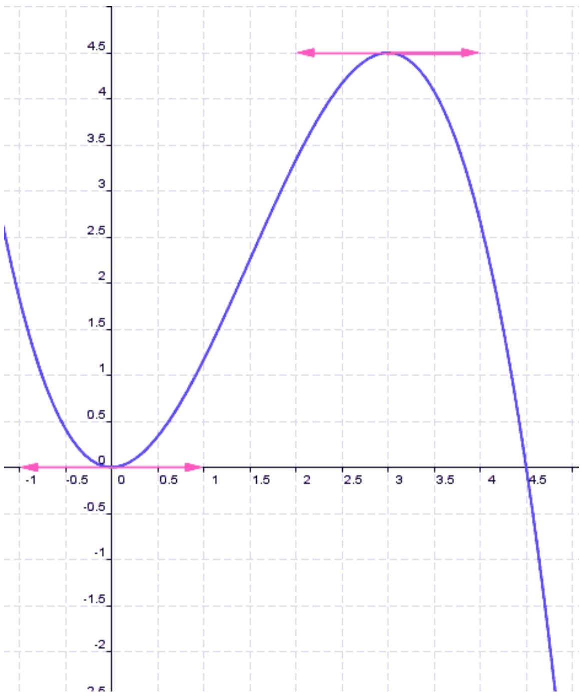
2) Une primitive de la fonction f définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $f(x)=\ln(x)+1$ est :

- $x\mapsto x\ln x+x$
- $x\mapsto x\ln x$
- $x\mapsto\frac{1}{x}$

3) Le prix TTC (toutes taxes comprises) d'un article est 299 €. Sachant que le taux de TVA est de 19,6 %, son prix HT (hors taxe) est :

- 240,40 €
- 250 €
- 279,40 €

Dans cette partie, on considère la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle [-1;5] (voir ci-contre). On note f' la dérivée de la fonction f.



4) On peut affirmer que :
- Réponse A : $f'(4,5)=0$
- Réponse B : $f'(3)=0$
- Réponse C : $f'(3)=4,5$

5) Soit F une primitive sur l'intervalle [-1;5] de la fonction f. Alors :

- Réponse A : F est décroissante sur l'intervalle [3;4,5]
- Réponse B : F présente un minimum en $x=0$
- Réponse C : F présente un maximum en $x=4,5$.

Corrigé expliqué :

1) Remarque : on peut lire immédiatement la réponse en faisant tracer la courbe de la fonction $x\mapsto e^{3x}-1$ à la calculatrice !

Sinon, la méthode classique consiste à résoudre l'inéquation (I) $e^{3x}-1\geqslant 0$.

(I) $\Leftrightarrow$ $e^{3x}\geqslant 1$ $\Leftrightarrow$ $e^{3x}\geqslant e^{0}$ $\Leftrightarrow$ $3x\geqslant 0$ $\Leftrightarrow$ $x\geqslant 0$. S=$[0;+\infty[$

(On rappelle que comme la fonction exponentielle est une fonction croissante sur ℝ, $a \geqslant b \Leftrightarrow e^a \geqslant e^b$)

→ La réponse correcte est [0;+∞[.

2) Il suffit de dériver chacune des fonctions proposées. Déjà, on sait que $x \mapsto \frac{1}{x}$ est la dérivée de la fonction logarithme népérien. On essaie donc plutôt les deux autres propositions.

- Considérons la première proposition: soit F la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $F(x)=x\ln x+x$.

$\mathrm{F}(x)$ est de la forme $u(x)\times v(x)+x$, où u et v sont deux fonctions dérivables sur $]0;+\infty[$.
Sur $]0;+\infty[$, on a $\boxed{u(x)=x}$, $\boxed{u'(x)=1}$, $\boxed{v(x)=\ln x}$ et $\boxed{v'(x)=\frac{1}{x}}$.
Donc F est dérivable sur $]0;+\infty[$ et pour tout x de $]0;+\infty[$:
$\mathrm{F}'(x)=u'(x)v(x)+v'(x)u(x)+1$, soit $\mathrm{F}'(x)=1\times\ln x+\frac{1}{x}\times x+1$, soit $\mathrm{F}'(x)=\ln x+2$.
$\mathrm{F}'(x)\neq\ln x+1$, donc cette solution ne convient pas.

- Considérons la deuxième proposition: soit F la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $F(x)=x\ln x$.

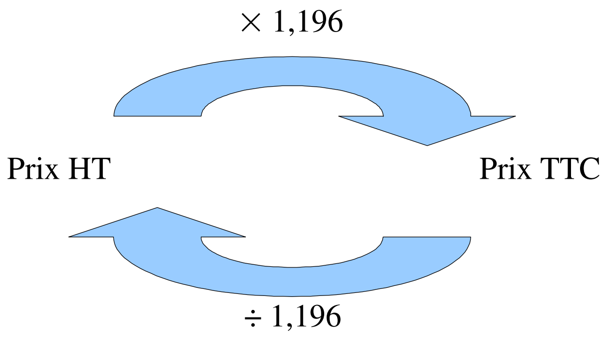
$\mathrm{F}(x)$ est de la forme $u(x)\times v(x)$, où u et v sont deux fonctions dérivables sur $]0;+\infty[$.
Sur $]0;+\infty[$, on a $\boxed{u(x)=x}$, $\boxed{u'(x)=1}$, $\boxed{v(x)=\ln x}$ et $\boxed{v'(x)=\frac{1}{x}}$.
Donc F est dérivable sur $]0;+\infty[$ et pour tout x de $]0;+\infty[$: $\mathrm{F}'(x)=u'(x)v(x)+v'(x)u(x)$,
soit $\mathrm{F}'(x)=1\times\ln x+\frac{1}{x}\times x$, soit $\boxed{\mathrm{F}'(x)=\ln x+1}$.

→ La réponse correcte est donc *x* ↦ *x* ln *x*.

3) Entre le prix HT est augmenté de 19,6 % pour obtenir le prix TTC.

Pour augmenter un nombre de 19,6 %, on le multiplie par 1+19,6%=1+0,196=1,196

On a donc :



Comme le prix TTC est 299 €
On obtient le prix HT en divisant 299 par 1,196.

$299\div1{,}196=250$

→ La réponse correcte est 250 €.

4) Par lecture graphique, on peut constater que la courbe représentative de f admet une tangente horizontale (donc de coefficient directeur 0) en son point d'abscisse 3. On a donc $f'(3)=0$.
→ La réponse correcte est *f'*(3)=0

5) Le signe de f (à lire sur la courbe) nous renseigne sur les variations de F, puisque f est la dérivée de F :

x	-1		0		4,5		5
signe de $f(x)$		+	0	+	0	−	
Variations de F		↗			F(4,5)	↘	

→ La réponse correcte est « F admet un maximum en x=4,5. »