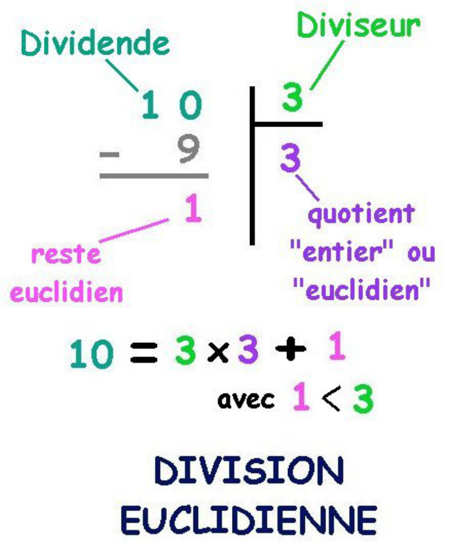
Chapitre I - Arithmétique

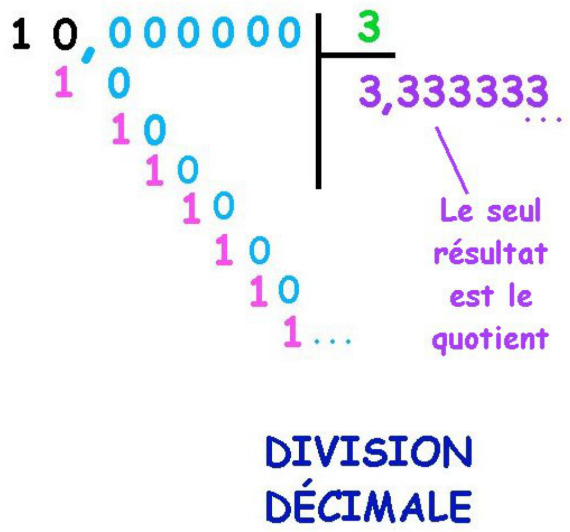
Partie 1 : Division Euclidienne – Multiples et diviseurs

La touche ÷ de la calculatrice donne **un seul résultat** : le quotient de la **division décimale**.

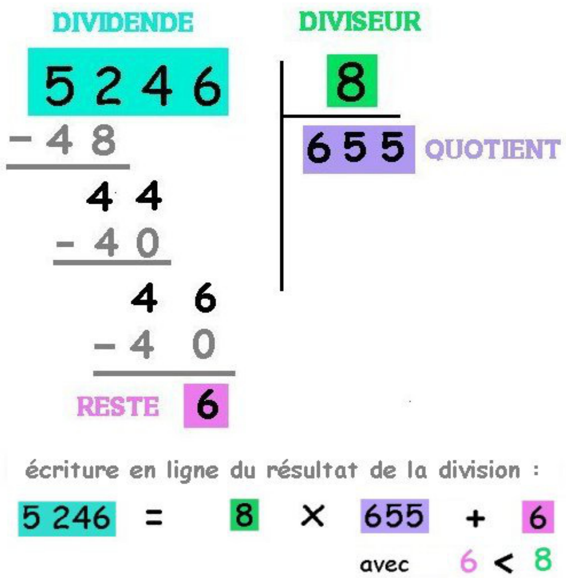
Tandis que la touche ÷R ou ⊢, elle donne **deux résultats** : le « quotient entier » et le « reste » de la **division euclidienne**. (de « Euclide », mathématicien grec de l'Antiquité)

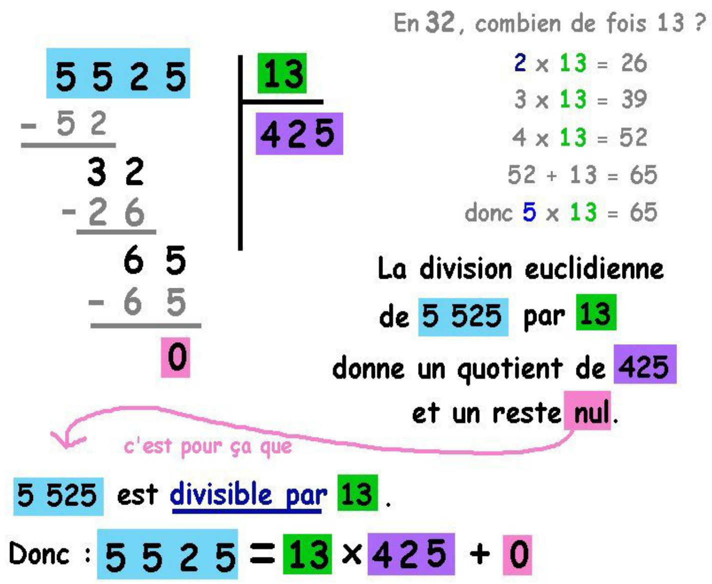


Avec un dividende, un diviseur, un quotient et un reste, tous quatre **entiers**.



Le dividende, le diviseur et le quotient ne sont pas nécessairement entiers. Quand ils le sont, c'est qu'alors le diviseur est « **un diviseur** » du dividende.





Quand on pose une division euclidienne, on doit savoir écrire à la fin son résultat « en ligne » :

DIVIDENDE = DIVISEUR × QUOTIENT + RESTE

avec **RESTE < DIVISEUR**

Quand on a deux nombres entiers, l'un (en général le plus grand[1]) est **multiple** de l'autre (en général le plus petit) **s'il existe un entier** tel que le plus petit multiplié par cet entier soit égal au plus grand.

Définition formelle : un entier N est **multiple** d'un entier n **s'il existe un entier k** tel que :

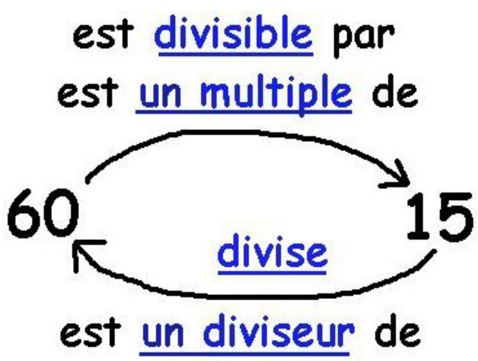
$$n \times k = N$$

Exemples : - 60 est un **multiple** de 10 car il existe un entier, 6, tel que 10x6=60.
- 62 n'est pas un **multiple** de 10 car on ne peut pas trouver de nombre entier qui, multiplié par 10 donne 60. On a 10x6=60 < 62 et 10x7=70 > 62

Quand on a deux nombres entiers (positifs), l'un (en général le plus petit[1]) est **un diviseur** de l'autre si la division du plus grand par le plus petit :
- Donne un quotient entier (pour la **division décimale**)
- Donne un reste nul (c'est-à-dire égal à zéro) pour **la division euclidienne**.

Vocabulaire : les quatre phrases suivantes sont synonymes[2] :

- 15 est **un diviseur** de 60.
- 15 **divise** 60.
- 60 **est divisible par** 15.
- 60 est **un multiple** de 15.



⚠ Différence entre : **Le diviseur** dans une division/**Un diviseur** d'un entier :

- Quand on pose la **division euclidienne** et que le reste n'est pas nul, ou la **division décimale** et que le quotient n'est pas entier, « **le diviseur** » de la division n'est pas « **un diviseur** » du dividende.
- Mais si le reste de la **division euclidienne** est nul ou si le quotient de la **division décimale** est un entier, alors les quotients de ces deux divisions sont les mêmes, et **le diviseur** de la division est alors **un diviseur** du dividende.

1 Exception : Zéro est multiple de tous les entiers. Exemple $0 \times 4 = 0$ donc 0 est un multiple de 4. 4 est un diviseur de 0.
2 Elles veulent dire exactement la même chose.