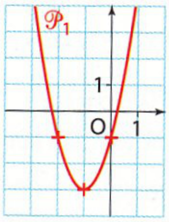
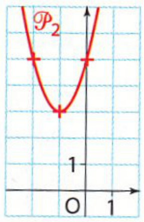
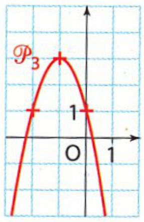
2nde – Exercices sur les fonctions polynômes du second degré.

Exercice 1 : Sans utiliser la calculatrice, associer à chaque fonction la représentation graphique qui lui correspond :

$f : x \longmapsto -2(2x+1)^2+3$ $\qquad g : x \longmapsto 2(x+1)^2-3$
$h : x \longmapsto 2(x+1)^2+3$







Exercice 2 : f, g, h et k sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par les formules suivantes :

$f(x)=3(x-1)^2-4$ $\qquad g(x)=4-3(x-1)^2$
$h(x)=-2x^2+7$ $\qquad k(x)=-5+3x^2$

1) Il s'agit pour toutes de fonctions polynômes de degré 2 écrites sous forme canonique, c'est-à-dire sous la forme $a(x-\alpha)^2+\beta$. Mais quels sont les cœfficients a, α et β dans chaque cas ?

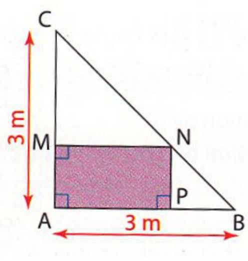
2) Écrire ces $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ et $k(x)$ sous la forme ax^2+bx+c . Préciser alors les valeurs des cœfficients b et c .

3) Dresser le tableau de variations de chacune de ces 4 fonctions.

Exercice 3 : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2(x-3)^2+4$.

1) Dresser le tableau de variations de f.
2) Utiliser les variations de f pour comparer, lorsque cela est possible :
a) $f(-1)$ et $f(2)$. $\qquad$ b) $f(1)$ et $f(4)$
c) $f(20)$ et $f(19{,}7)$.
3) a désigne un nombre de l'intervalle $]-\infty;3]$. Comparer $f(a)$ et $f(a-1)$.

Exercice 4 : Un centre nautique possède un enseigne lumineuse en forme de triangle rectangle isocèle (schéma ci-contre).
M, N et P sont des points des côtés de ce triangle tels que AMNP soit un rectangle. On note x la longueur AM en mètres et $\mathscr{A}(x)$ l'aire en m^2 du rectangle AMNP.



a) À quel intervalle appartient x ?

b) Montrer que $\mathscr{A}(x)= -\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{9}{4}$.

c) Quel est le maximum de cette aire ? À quelle position de M cela correspond-il ?

Exercice 5 : Dans chaque cas, dire si la parabole représentant la fonction est orientée « vers le haut » ou « vers le bas », donner les coordonnées du sommet de la parabole et la tracer dans un repère orthogonal.

a) $f_1(x)=-(x+2)^2-3$ $\qquad$ b) $f_2(x)=\dfrac{25}{2}+2\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2$

c) $f_3(x)=-4(x-3{,}5)^2+1{,}5$ $\qquad$ d) $f_4(x)=7+x^2$

Note : penser à choisir judicieusement l'unité sur chaque axe (elle n'est pas nécessairement la même, puisque le repère n'est pas orthonormé) et à bien choisir la position des axes avant de tracer la parabole. Bien sûr, vous aurez utilisé un tableau de valeurs pour en placer quelques points afin d'en préciser l'allure.

Exercice 6 : Pour chaque fonction f proposée :
1) Tracer sa courbe représentative dans un repère orthogonal.
2) Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=5$.
3) Résoudre ensuite par le calcul l'équation $f(x)=5$.

a) $f(x)=9-(x-1)^2$ $\qquad$ b) $f(x)=(x+3)^2-4$

c) $f(x)=-2(x-1)^2+13$ $\qquad$ d) $f(x)=\dfrac{1}{2}(x+2)^2-1$

Exercice 7 : f est une fonction polynôme du second degré. $\mathscr{P}$ est la parabole représentant f dans un repère orthogonal. Dans chacun des cas suivant, traiter les informations pour retrouver une expression de $f(x)$, ou plusieurs : forme canonique $a(x-\alpha)^2+\beta$, forme cartésienne ax^2+bx+c , ou forme factorisée : $a(x-x_1)(x-x_2)$ où x_1 et x_2 sont les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{P}$ avec l'axe des abscisses.

Cas 1 : $\mathscr{P}$ a pour sommet S(2;3). Le point A(0;-1) appartient à $\mathscr{P}$.

Cas 2 : $\mathscr{P}$ coupe l'axe des abscisses aux points A(-2;0) et B(1;0), et l'axe des ordonnées au point C(0;2).

Cas 3 : $\mathscr{P}$ admet pour axe de symétrie la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point A(1;0). $\mathscr{P}$ coupe l'axe des abscisses en l'origine O du repère et passe par le point $B(3;1)$.