

2<sup>nde</sup> – 1<sup>ères</sup> S, STI2D, STL – 7 exercices sur la colinéarité des vecteurs.

Prouver que des points sont alignés ou non, ou des droites parallèles ou non, sans repère.

**Exercice 1 :** A, B et C sont trois points non-alignés.

Les points D et E sont définis par  $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$  et  $\overrightarrow{CE} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ .

Démontrer que les droites (AC) et (DE) sont parallèles.

**Exercice 2 :** ABC est un triangle. I est le milieu de [AB]. Les points J et K sont tels que

$$\overrightarrow{JC} = 2\overrightarrow{JA} \text{ et } \overrightarrow{KB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{KC}.$$

1) Exprimer  $\overrightarrow{AJ}$  et  $\overrightarrow{AK}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$ .

2) Prouver alors que les points I, J et K sont alignés.

**Exercice 3 :** Même exercice que le précédent avec  $\overrightarrow{JC} = \frac{1}{5}\overrightarrow{JA}$  et  $\overrightarrow{KB} = -5\overrightarrow{KC}$ .

**Exercice 4 :** ABCD est un parallélogramme. I est le milieu de [AB] et E le point tels que

$$\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DI}.$$

1) Prouver que  $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

2) Déduisez-en que les points A, C et E sont alignés.

**Exercice 5 :** ABC est un triangle. M est le milieu de [AB] et I celui de [MC]. K est le point

tel que  $\overrightarrow{CK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ .

1) Montrer que  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ .

2) Déduisez-en que les points A, I, K sont alignés.

**Exercice 6 :** ABCD est un parallélogramme. E, F, G et H sont les points définis par :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BC} ; 3\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{BG} \text{ et } \overrightarrow{DH} = \frac{7}{12}\overrightarrow{DA}.$$

1) Faire une figure.

2) Comment semblent être les droites (EF) et (GH) ?

3) Démontrer cette conjecture.

**Exercice 7 :** ABC est un triangle. Les points D, E, F et G sont définis par :

$$\overrightarrow{CD} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} ; \overrightarrow{AF} = 4\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{FG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$$

1) Construire une figure.

2) Démontrer que les droites (BE) et (CF) sont parallèles.

3) Démontrer que les droites (BE) et (DG) sont parallèles.