2^{nde} – Exercices sur les démonstrations à l'aide des vecteurs et de la relation de Chasles. (Conseillés aux élèves désirant faire une 1^{e} S, STI ou STL)

<u>Exercice 1</u> : ROND est un quadrilatère quelconque, dont les diagonales se coupent en Z. On définit C, U, B, E par $\overrightarrow{ZC} = \overrightarrow{ZR} + \overrightarrow{ZO}$, $\overrightarrow{ZU} = \overrightarrow{ZO} + \overrightarrow{ZN}$, $\overrightarrow{ZB} = \overrightarrow{ZN} + \overrightarrow{ZD}$ et $\overrightarrow{ZE} = \overrightarrow{ZD} + \overrightarrow{ZR}$. Montrer, en utilisant la relation de Chasles, que $\overrightarrow{CU} = \overrightarrow{EB}$ et en déduire la nature du quadrilatère CUBE.

<u>Exercice 2</u> : Soit ABCD un parallélogramme. On considère les points M et N tels que : $2\,\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = 3\,\overrightarrow{AD}$

a) Montrer que $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

b) Montrer que $\overrightarrow{NC} = 2\,\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$

c) En déduire que les points M, N, C sont alignés

<u>Exercice 3</u> : Soit ABC un triangle quelconque. Soit G le centre de gravité du triangle ABC. On rappelle que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$, avec A' milieu de [BC].

Montrer que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

<u>Exercice 4</u> : Soit ABC un triangle quelconque. Soient I et J les milieux respectifs des segments [AC] et [BC].

a) Construire les points K et L tels que : $\overrightarrow{AK} = 3\,\overrightarrow{BK}$ et L est le symétrique de I par rapport à C.
b) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ en fonction de $\overrightarrow{IJ}$
c) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
d) Soit le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. Montrer que les points A, J, D sont alignés. Construire le point D.
e) Montrer que $\overrightarrow{LA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CA}$, puis que $\overrightarrow{LD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.
f) En déduire la nature du quadrilatère ALDK

<u>Exercice 5</u> : ABC est un triangle quelconque. A' est le milieu de [BC] et D est le milieu de [AA']. E et F sont tels que $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{2}{5}\overrightarrow{CA}$.

a) Montrer que $\overrightarrow{DE} = \frac{5}{12}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$
b) Montrer que $\overrightarrow{FB} = \overrightarrow{AB} - \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$
c) Montrer que les droites (ED) et (BF) sont parallèles.

<u>Exercice 6</u> : ABC est un triangle quelconque. B' est le milieu de [AC]. D est le point tel que $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. Les parallèles à (AB) et à (AC) passant par D coupent respectivement (AC) et (AB) en M et N. Montrer que les droites (MN) et (BB') sont parallèles.

2^{nde} – Exercices sur les démonstrations à l'aide des vecteurs et de la relation de Chasles. (Conseillés aux élèves désirant faire une 1^e S, STI ou STL)

<u>Exercice 1</u> : ROND est un quadrilatère quelconque, dont les diagonales se coupent en Z. On définit C, U, B, E par $\overrightarrow{ZC} = \overrightarrow{ZR} + \overrightarrow{ZO}$, $\overrightarrow{ZU} = \overrightarrow{ZO} + \overrightarrow{ZN}$, $\overrightarrow{ZB} = \overrightarrow{ZN} + \overrightarrow{ZD}$ et $\overrightarrow{ZE} = \overrightarrow{ZD} + \overrightarrow{ZR}$. Montrer, en utilisant la relation de Chasles, que $\overrightarrow{CU} = \overrightarrow{EB}$ et en déduire la nature du quadrilatère CUBE.

<u>Exercice 2</u> : Soit ABCD un parallélogramme. On considère les points M et N tels que :
$2\,\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = 3\,\overrightarrow{AD}$

a) Montrer que $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

b) Montrer que $\overrightarrow{NC} = 2\,\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$

c) En déduire que les points M, N, C sont alignés

<u>Exercice 3</u> : Soit ABC un triangle quelconque. Soit G le centre de gravité du triangle ABC. On rappelle que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$, avec A' milieu de [BC].

Montrer que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

<u>Exercice 4</u> : Soit ABC un triangle quelconque. Soient I et J les milieux respectifs des segments [AC] et [BC].

g) Construire les points K et L tels que : $\overrightarrow{AK} = 3\,\overrightarrow{BK}$ et L est le symétrique de I par rapport à C.
h) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ en fonction de $\overrightarrow{IJ}$
i) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
j) Soit le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. Montrer que les points A, J, D sont alignés. Construire le point D.
k) Montrer que $\overrightarrow{LA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CA}$, puis que $\overrightarrow{LD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.
l) En déduire la nature du quadrilatère ALDK

<u>Exercice 5</u> : ABC est un triangle quelconque. A' est le milieu de [BC] et D est le milieu de [AA']. E et F sont tels que $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{2}{5}\overrightarrow{CA}$.

d) Montrer que $\overrightarrow{DE} = \frac{5}{12}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$
e) Montrer que $\overrightarrow{FB} = \overrightarrow{AB} - \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$
f) Montrer que les droites (ED) et (BF) sont parallèles.

<u>Exercice 6</u> : ABC est un triangle quelconque. B' est le milieu de [AC]. D est le point tel que $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. Les parallèles à (AB) et à (AC) passant par D coupent respectivement (AC) et (AB) en M et N. Montrer que les droites (MN) et (BB') sont parallèles.