2^{nde} – Complément d'exercices sur les généralités sur les fonctions

<u>Exercice 1</u> : <u>Etude de la parité d'une fonction</u>
Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer son ensemble de définition puis étudier sa parité. Si la fonction est paire ou impaire, indiquer la symétrie que présentera sa courbe représentative.

a) $f : x \longmapsto \dfrac{3}{x}$ b) $g : x \longmapsto 3x + 2$ c) $h : x \longmapsto (x + 2)(x - 2)$

d) $k : x \longmapsto \dfrac{2x}{x^2 + 5}$ e) $l : x \longmapsto \dfrac{3x}{x + 1}$

<u>Exercice 2</u> : <u>Etude des variations d'une fonction</u>.

On considère la fonction $f : x \longmapsto x^2$. On veut étudier les variations de cette fonction.

1) Etude des variations dans l'intervalle $[0 ; + \infty [$
a et b sont deus nombres quelconques dans l'intervalle $[0 ; + \infty [$ tels que $a < b$
- **a)** Calculer et factoriser $f(b) - f(a)$
- **b)** Etudier le signe de $f(b) - f(a)$
- **c)** Comparer f(b) et f(a) et en déduire le sens de variations de f sur $[0 ; + \infty [$

2) De la même manière, étudier le sens de variations de f sur $] - \infty ; 0]$

3) Pour éviter d'étudier les variations de f sur $] - \infty ; 0]$, on peut utiliser la parité de la fonction f. Voici une autre méthode pour trouver le sens de variations de f sur $] - \infty ; 0]$:
- **a)** On étudie la parité de f (faites-le)
- **b)** Connaissant le sens de variations de f sur $[0 ; + \infty [$ et la symétrie de la courbe, on déduit le sens de variations de f sur $] - \infty ; 0 [$ (faites le)

4) Etablir le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$ (sans préciser les limites en $- \infty$ et $+ \infty$)

<u>Exercice 2 bis</u> : On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$

1) Etudier la parité de g
2) Etudier le sens de variations de g sur $] 0 ; + \infty [$ (procéder comme à l'exercice 2)
3) Déduire de 1) et 2) le sens de variations de g sur $] - \infty ; 0 [$
4) Etablir le tableau de variations de g sur $\mathbb{R}^*$ (rappel : on met une $\|$ pour une valeur interdite isolée)

<u>Exercice 3</u> : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{8x}{x^2 + 1}$
On note $\mathcal{C}f$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i} , \vec{j})$, l'unité graphique étant 1 cm.

0) Expliquer pourquoi la fonction f est bien définie sur $\mathbb{R}$
1) Montrer que la fonction f est impaire. Qu'en déduit-on pour la courbe $\mathcal{C}f$?

2) Soient a et b deux réels positifs. Montrer que $f(b) - f(a) = \dfrac{8(b-a)(1-ab)}{(a^2+1)(b^2+1)}$

3) En déduire que f est croissante sur $[0 ; 1]$ et décroissante sur $[1 ; +\infty[$

4) Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

5) Compléter le tableau de valeurs en donnant les valeurs approchées à 0,01 près

x	0	1	2	3	4	5	6
f(x)							

6) Construire la courbe Cf en se limitant à l'intervalle $[-6 ; 6]$

<u>Exercice 4</u> : Soir f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{-x^2+2}{x^2+4}$

On note $\mathscr{C}f$ la courbe représentant f dans un repère orthogonal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, les unités graphiques étant 1 cm sur l'axe des abscisses et 5 cm sur l'axe des ordonnées.

1) Montrer que la fonction f est paire. Qu'en déduit-on pour la courbe $\mathscr{C}f$?

2) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f(x) = -1 + \dfrac{6}{x^2+4}$

3) Etudier le sens de variations de f sur $[0 ; +\infty[$

4) Dresser le tableau de variations de f

5) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$

6) En utilisant le résultat de la question 2), montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) > -1$

7) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous (on donnera les valeurs approchées à 0,01 près) :

x	0	1	2	3	4
f(x)					

8) Construire la courbe $\mathscr{C}f$ en se limitant à l'intervalle $[-4 ; 4]$

9) Résoudre graphiquement dans [_ 4 ; 4] l'équation $f(x) = 0,4$

10) Résoudre graphiquement dans $[-4 ; 4]$ l'inéquation $f(x) \geq -\dfrac{1}{4}$