2[nde] – Feuille d'exercices n°14 – Les vecteurs dans le plan

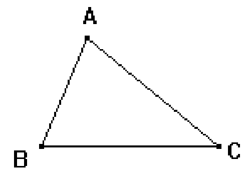
Exercice 1 : Ecrivez chacun des vecteurs suivants sous la forme d'un seul vecteur :

a) $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$ **b)** $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) - (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC})$
c) $\overrightarrow{CD} - (\overrightarrow{FE} - \overrightarrow{GH}) - \overrightarrow{EH} - \overrightarrow{GF} - \overrightarrow{DK} + \overrightarrow{CK}$

Exercice 2 : A et B sont deux points fixés. k est un réel quelconque, et M le point tel que $\overrightarrow{AM} = k\,\overrightarrow{AB}$. Dans chacun des 4 cas suivants, indiquez à quel intervalle de $\mathbb{R}$ appartient le réel k lorsque M parcourt la partie repassée en gras de la droite (AB)

	M appartient à la demi-droite [AB)
	M appartient au segment [AB]
	M appartient à la demi-droite [Bx)
	M appartient à la demi-droite [Ax')

Dans les exercices 3 à 10 : ABC est un triangle quelconque[1].
Placer les points M et N définis par les égalités vectorielles :
Attention, il faut souvent penser à modifier ces égalités à l'aide de la relation de Chasles.



Exercice 3 : **a)** $\overrightarrow{MA} = -2\,\overrightarrow{BA}$ **b)** $\overrightarrow{NB} = \frac{3}{2}\,\overrightarrow{AB}$

Exercice 4 : **a)** $\overrightarrow{BM} = \frac{5}{4}\,\overrightarrow{AB}$ **b)** $\overrightarrow{NB} = -\frac{3}{2}\,\overrightarrow{AB}$

Exercice 5 : **a)** $\overrightarrow{MC} = 2\,\overrightarrow{AB}$ **b)** $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} = \overrightarrow{0}$

Exercice 6 : **a)** $\overrightarrow{MA} + 2\,\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{0}$ **b)** $2\,\overrightarrow{NA} = 6\,\overrightarrow{NB}$

Exercice 7 : **a)** $\frac{3}{4}\,\overrightarrow{MA} = \frac{7}{8}\,\overrightarrow{MB}$ **b)** $\frac{3}{2}\,\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\,\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{0}$

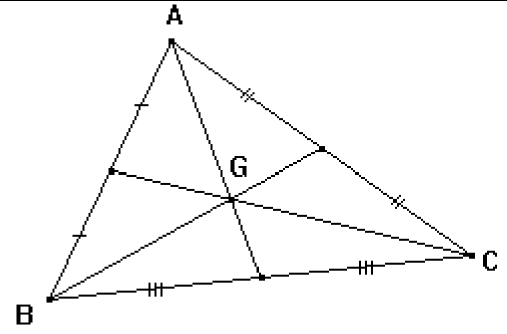
Exercice 8 : **a)** $\overrightarrow{MA} = -2\,\overrightarrow{MA} + 3\,\overrightarrow{MB}$ **b)** $-5\,\overrightarrow{NA} + 4\,\overrightarrow{NB} = 2\,\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB}$

Exercice 9 : **a)** $3\,\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB} + 2\,\overrightarrow{AB}$ **b)** $\overrightarrow{BN} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$

Exercice 10 : **a)** $2\,\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$ **b)** $\overrightarrow{NB} - 3\,\overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{CB}$

Exercice 11 : **a)** $2\,\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC} = 2\,\overrightarrow{BC}$ **b)** $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{0}$

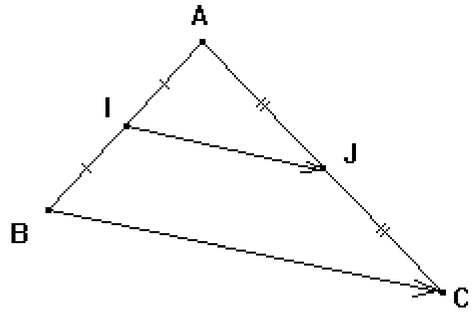
[1] Redessiner le triangle ABC pour chaque exercice.

A savoir : Dans un triangle ABC, le point G défini par $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$ est le **<u>centre de gravité</u>** du triangle ABC. C'est le point d'intersection de ses médianes. Il est situé aux $\frac{2}{3}$ de chaque médiane en partant du sommet.	

<u>Exercice 12</u> : A, B, C, D sont 4 points.

1) Construisez le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$
2) Construisez le point N tel que $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$
3) Démontrez que $\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$

<u>Exercice 13</u> : Le <u>théorème des milieux vectoriel</u> peut s'énoncer ainsi :



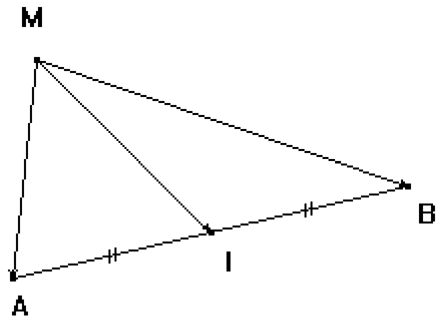
Si, dans un triangle ABC, I est le milieu de [AB] et J celui de [AC], alors $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

(ou encore $\overrightarrow{BC} = 2\,\overrightarrow{IJ}$ ***)***

1) Démontrer ce théorème avec la relation de Chasles en décomposant les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{BC}$ à l'aide du point A.

2) Utiliser ce théorème pour démontrer que IJKL est un parallélogramme dans l'énoncé suivant : *ABCD est un quadrilatère quelconque. I est le milieu de [AB], J celui de [BC], K celui de [CD] et L celui de [DA]. Prouver que IJKL est un parallélogramme.*

<u>Exercice 14</u> : <u>Théorème vectoriel de la médiane</u>.



Si [AB] est un segment de milieu I, alors, pour tout point M du plan, on a la relation : $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{MI}$

Nous allons démontrer ce théorème de 2 manières :
Soient A, B, M trois points du plan et I le milieu de [AB].
<u>Méthode 1</u> : Décomposer $\overrightarrow{MI}$ de deux manières (à l'aide de A d'une part, de B d'autre part) avec la relation de Chasles, et additionner membre à membre les deux égalités trouvées.
<u>Méthode 2</u> : Construire N, le symétrique de M par rapport à I, et considérer la nature du quadrilatère MANB. Exprimer ensuite $\overrightarrow{MN}$ en fonction de $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ puis conclure.

<u>Exercice 15</u> : EFGH est un parallélogramme de centre O. 1) Construire S et T tels que $\overrightarrow{OT} = \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF}$ et $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OH}$ 2) Prouver que $\overrightarrow{OT} + \overrightarrow{OS} = \overrightarrow{0}$. Qu'en déduisez-vous pour le point O ?