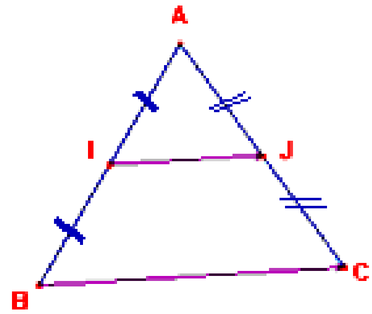
**2007/2008 – 2nde - Corrigé du Devoir Maison n°5 – Pour le vendredi 7 décembre 2007**

**Exercice 60 page 244**




**1**) Comme I est le milieu de [AB], $\overrightarrow{BA} = 2\ \overrightarrow{IA}$
Comme J est le milieu de [AC], $\overrightarrow{AC} = 2\ \overrightarrow{AJ}$

**2**) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$ (relation de Chasles)
$= 2\ \overrightarrow{IA} + 2\ \overrightarrow{AJ}$ (question précédente)
$= 2\ (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ}) = 2\ \overrightarrow{IJ}$

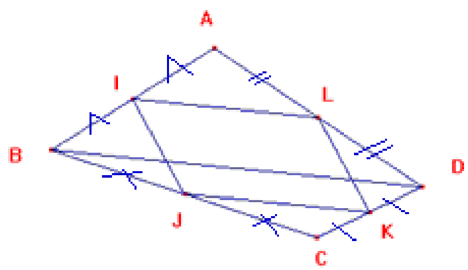
**3**) $\overrightarrow{BC} = 2\ \overrightarrow{IJ}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{IJ}$ sont colinéaires
Donc les droites (IJ) et (BC) sont parallèles et BC = 2 IJ (en longueurs).

On vient de prouver le théorème des milieux « vectoriel » :

| |
|---|
| Dans un triangle ABC, si I est le milieu de [AB] et J celui de [AC], alors $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ |

On retrouve deux des propriétés des milieux vues en $4^{\text{ème}}$ :
Si, dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés, elle est parallèle au troisième côté.
Si un segment relie les milieux de deux côtés d'un triangle, il mesure la moitié de la mesure du troisième côtés.

**Exercice 61 p 244**




Dans le triangle ABD, I est le milieu de [AB] et L celui de [AD].
D'après le théorème des milieux vectoriel vu à l'exercice 60, on peur en déduire que $\overrightarrow{BD} = 2\ \overrightarrow{IL}$

Dans le triangle BCD, J est le milieu de [BC] et K celui de [CD].
D'après le théorème des milieux vectoriels, on a : $\overrightarrow{BD} = 2\ \overrightarrow{JK}$

$\overrightarrow{BD} = 2\ \overrightarrow{IL}$ et $\overrightarrow{BD} = 2\ \overrightarrow{JK}$ donc $2\ \overrightarrow{IL} = 2\ \overrightarrow{JK}$ donc $\overrightarrow{IL} = \overrightarrow{JK}$
Ce qui prouve que le quadrilatère IJKL est un parallélogramme.

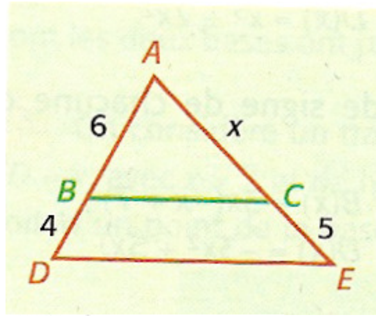
**<u>Exercice 29 page 141</u>.**

**1)** A, B, D sont alignés d'une part
A, C, E sont alignés d'autre part
(BC)//(DE)
On applique le théorème de Thalès :

$$\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}=\frac{BC}{DE} \text{ donc } \frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE} \text{ soit } \frac{6}{10}=\frac{x}{x+5}$$

(Valeur interdite : x = – 5)
D'après la règle du produit en croix :

$$6(x+5)=10x \Leftrightarrow 6x+30=10x \Leftrightarrow -4x=-30 \Leftrightarrow \boxed{x=7{,}5}$$

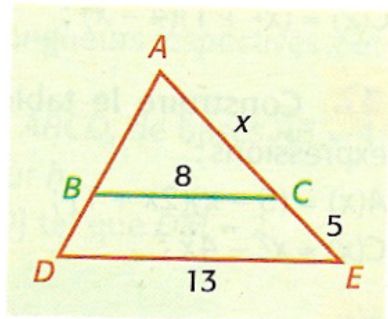



$AB = 6$ ; $BD = 4$ ;
$CE = 5$ ; $AC = x$.

**2)** On montre de même qu'au 1) que $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}=\frac{BC}{DE}$

Donc, en particulier, on a : $\frac{AC}{AE}=\frac{BC}{DE}$

$$\text{Soit } \frac{x}{x+5}=\frac{8}{13} \Leftrightarrow 13x=8(x+5)$$
$$\Leftrightarrow 13x=8x+40$$
$$\Leftrightarrow 5x=40$$
$$\Leftrightarrow \boxed{x=8}$$

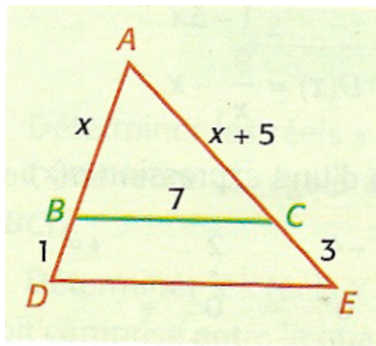



$BC = 8$ ; $DE = 13$ ;
$CE = 5$ ; $AC = x$.

**3)** On montre de même qu'au 1) que $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}=\frac{BC}{DE}$

Donc, en particulier, $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$

Soit $\frac{x}{x+1}=\frac{x+5}{x+8}$ (valeurs interdites : – 1 et – 8)
Soit $x(x+8)=(x+5)(x+1)$
Soit $x^2+8x=x^2+x+5x+5$
Soit $8x=6x+5$
Soit $2x=5$
Soit $\boxed{x=\frac{5}{2}=2{,}5}$




$AB = x$ ; $BD = 1$ ;
$AC = x + 5$ ;
$CE = 3$ ; $BC = 7$.