**2007/2008 - 2$^{nde}$ 3 – Corrigé du devoir Maison n°2 – Pour le vendredi 12 octobre 2007**

**Exercice 1 :**

$$A = \left(\frac{7}{12} - \frac{3}{2} \times \frac{4}{9}\right) \times \frac{\frac{5}{8}}{2 - \frac{9}{4}} \qquad B = \frac{(-10) \times 15 \times (-6) \times 49 \times (-4)}{8 \times (-35) \times (-2) \times 7}$$

$$A = \left(\frac{7}{12} - \frac{3 \times 2 \times 2}{2 \times 3 \times 3}\right) \times \frac{\frac{5}{8}}{\frac{8}{4} - \frac{9}{4}} \qquad B = -\frac{5 \times 2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 2 \times 7 \times 7 \times 4}{4 \times 2 \times 7 \times 5 \times 2 \times 7}$$

$$A = \left(\frac{7}{12} - \frac{2 \times 4}{3 \times 4}\right) \times \frac{\frac{5}{8}}{-\frac{1}{4}} \qquad B = -\frac{3 \times 3 \times 5}{1}$$

$$A = \left(\frac{7}{12} - \frac{8}{12}\right) \times \left(-\frac{5}{8} \times \frac{4}{1}\right) \qquad \boxed{B = -45}$$

$$A = -\frac{1}{12} \times \left(-\frac{5}{2}\right) \qquad \boxed{A = \frac{5}{24}}$$

**Exercice 2 :**

**1)**

$$\begin{aligned} 2160 &= 216 \times 10 \\ &= 108 \times 2 \times 2 \times 5 \\ &= 54 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \\ &= 6 \times 9 \times 2^3 \times 5 \\ &= 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2^3 \times 5 \\ &= \boxed{2^4 \times 3^3 \times 5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12600 &= 126 \times 100 \\ &= 63 \times 2 \times 10 \times 10 \\ &= 9 \times 7 \times 2 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \\ &= \boxed{2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7} \end{aligned}$$

**2)** PGCD (2160 ;12600) = $2^3 \times 3^2 \times 5 = \boxed{360}$

**3)** $\frac{12\,600}{2\,160} = \frac{35 \times 360}{6 \times 360} = \boxed{\frac{35}{6}}$

**4) C =** $\frac{3}{2160} - \frac{7}{12\,600} = \frac{1}{720} - \frac{1}{1800}$

$720 = \frac{2160}{3} = 2^4 \times 3^2 \times 5 \qquad 1\,800 = \frac{12\,600}{7} = 2^3 \times 3^2 \times 5^2$

PPCM (720;1800) = $2^4 \times 3^2 \times 5^2 = 3600$

$$C = \frac{1 \times 5}{720 \times 5} - \frac{1 \times 2}{1800 \times 2} = \frac{5}{3600} - \frac{2}{3600} = \frac{3}{3600} = \boxed{\frac{1}{1200}}$$

**Exercice 3 : Problème de mise en équation**

Soit x le nombre d'élèves devant participer initialement au voyage.
Chacun d'eux devait payer 6,30 €, pour un montant total de $\boxed{6{,}3x}$ (€).

Finalement, il ne part que (x–4) élèves, qui paieront chacun 6,30 € + 1,20 €
Soir 7,50 €.
Le montant total des frais s'élève donc à $\boxed{7{,}5(x-4)}$ (€)

$$\text{On a donc} \quad 6{,}3x = 7{,}5(x-4) \Leftrightarrow 6{,}3\,x = 7{,}5\,x - 30$$
$$\Leftrightarrow -1{,}2\,x = -30$$
$$\Leftrightarrow x = 25$$

<u>25 élèves</u> devaient participer au voyage (il n'en est parti que 21)
$25 \times 6{,}3 = 157{,}50$ . <u>Le montant des frais</u> s'élève à <u>157,50 €.</u>

**<u>Exercice 4</u> :**

**1)** Le carré d'un irrationnel peut être rationnel . $\boxed{\text{Vrai}}$ : $(\sqrt{2})^2 = 2$ et $2 \in \mathbb{Q}$

**2)** La fraction $\frac{22}{7}$ est égale a 3,142857143. $\boxed{\text{Faux}}$ : $\frac{22}{7}$ est irrationnel.
*(C'est une fraction simplifiée et 7 n'est pas un produit de puissances de 2 et de 5)*

**3)** L'inverse de $-\frac{8}{3}$ est un décimal. $\boxed{\text{Vrai}}$ L'inverse de $-\frac{8}{3}$ est $-\frac{3}{8} = -0{,}375$

**4)** Le carré d'un nombre pair est un nombre pair $\boxed{\text{Vrai}}$
Ecrivons le nombre pair sous la forme 2k avec $k \in \mathbb{N}$
$(2k)^2 = 4k^2$. $k^2$ est un entier et donc $4\,k^2$ est un multiple de 4, donc un nombre pair.

**5)** Le carré d'un nombre impair est un nombre impair. $\boxed{\text{Vrai}}$
Soit 2k+1 avec $k \in \mathbb{N}$ le nombre impair.
$(2k+1)^2 = (2k)^2 + 2 \times 2k \times 1 + 1^2 = 4k^2 + 4k + 1$
$4k^2 + 4k$ est un nombre pair (multiple de 4). Donc $4k^2 + 4k + 1$ est impair.

**6)** Si A est un nombre premier, la fraction $\frac{A}{B}$ ne peut pas être simplifiée.

$\boxed{\text{Faux}}$ Contre-exemple : $\frac{13}{26} = \frac{13 \times 1}{13 \times 2} = \frac{1}{2}$

**7)** La somme d'un entier naturel et de son produit avec les deux entiers qui l'encadrent est un cube parfait. $\boxed{\text{Vrai}}$
Soit n un entier naturel quelconque. Les deux entiers qui l'encadrent sont (n–1) et (n+1).
Donc la somme de n et de son produit avec les deux entiers qui l'encadrent est :
$n + n \times (n-1) \times (n+1) = n + n(n^2 - 1) = n + n^3 - n = n^3$

C'est un cube parfait, c'est même le cube de l'entier choisi n.