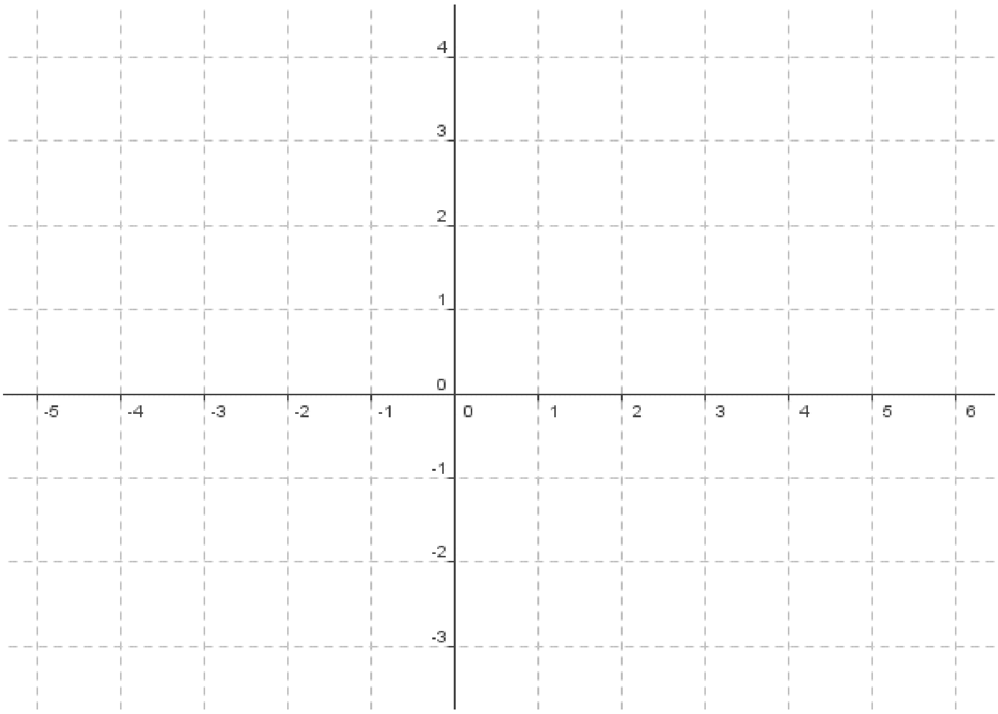
2nde 4 – Chapitre 11 – Les équations (réduites) de droites

I- Droites d'équations x = c

Dans le repère ci-contre, placer 10 points dont l'abscisse (x) est 4.



L'ensemble des points du plan dont l'abscisse est 4 est **la droite d'équation x = 4**.
(la tracer et la nommer (d_1))

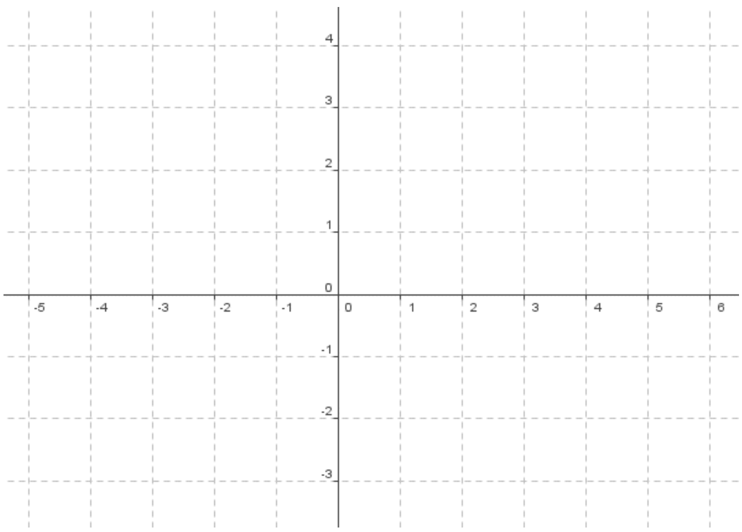
Tracer ensuite les droites :
(d_2) d'équation $x = -2$
(d_3) d'équation $x = 1,5$ (d_4) d'équation $x = 0$ (c'est ………………………………)

> Retenir : Dans le plan, on appelle **droite d'équation x = c** (c étant un nombre donné) l'ensemble des points du plan dont l'abscisse vaut c.
> Les droites qui ont une équation du type $\boxed{x = c}$ sont ………………………………………

Remarque : ces droites n'ont pas de pente (cf. paragraphe III). Penser : « on ne peut pas marcher dessus »)

II- Droites d'équation y = p

Dans le repère ci-contre, placer 10 points dont l'ordonnée (y) est – 3.



L'ensemble des points du plan dont l'ordonnée vaut – 3 est **la droite d'équation y = – 3**
(la tracer et la nommer (d_1))

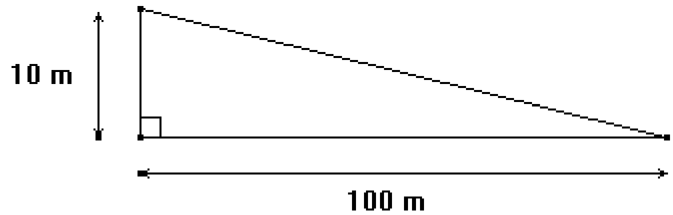
Tracer ensuite les droites (d_2) d'équation $y = 2$, (d_3) d'équation $y = -1,5$, (d_4) d'équation $y = 0$
La droite d'équation y = 0 est ……………………………………

Retenir : Dans le plan, on appelle **droite d'équation y = p** (p étant un nombre donné) l'ensemble des points du plan dont l'ordonnée vaut p.
Les droites qui ont une équation du type $\boxed{y = p}$ sont ………………………………………..

Remarque : ces droites ont une pente nulle : leur coefficient directeur est 0. (elles ne montent ni ne descendent). Avoir une pente qui vaut 0 ≠ Ne pas avoir de pente

III- Le coefficient directeur (= la pente)

Dans la vie courante : une pente de 10 % est une pente sur laquelle, pour un déplacement horizontal de 100 m, le changement d'altitude (déplacement vertical) est de 10 m.



En maths, on dira que la droite (qui matérialise la pente) a un coefficient directeur de $-\dfrac{10}{100}$ soit – 0,1.

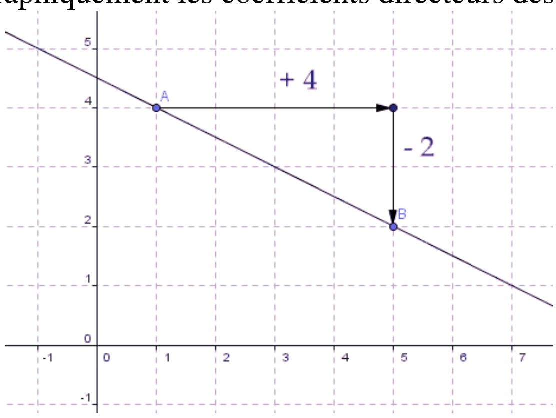
Retenir : Le coefficient directeur est positif quand la droite « monte » de gauche à droite.
Le coefficient directeur est négatif quand la droite « descend » de gauche à droite.

Entre deux points donnés de la droite, le coefficient directeur est égal à :

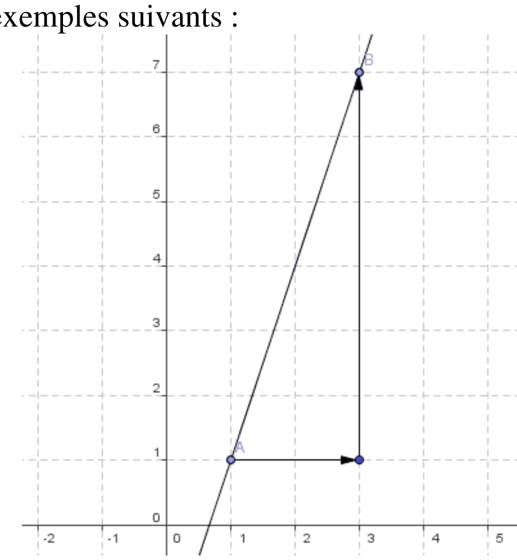
$$\pm \frac{\text{« de combien on monte ou on descend »}}{\text{« de combien on avance de gauche à droite »}}$$

Remarque : le coefficient directeur ne dépend pas des deux points choisis sur la droite.

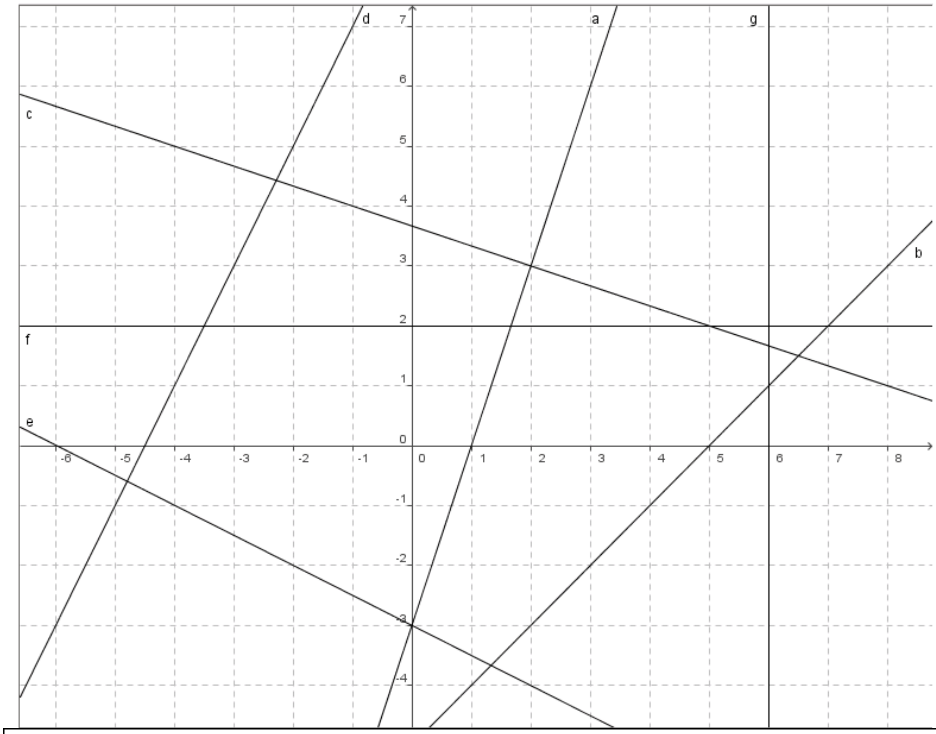
Déterminons graphiquement les coefficients directeurs des droites sur les exemples suivants :



Coefficient directeur = = .



Coefficient directeur = =
.



Déterminer par lecture graphique les coefficients directeurs des droites ci-contre :

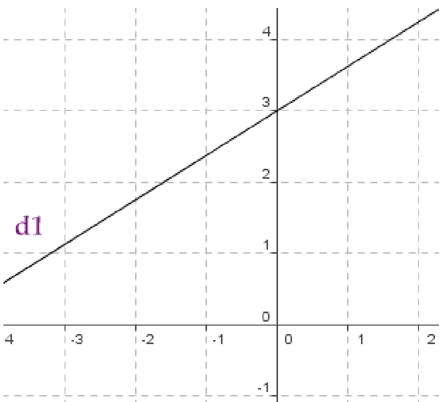
Droite	Coefficient directeur
(a)	
(b)	
(c)	
(d)	
(e)	
(f)	
(g)	

Propriétés : Deux droites qui ont le même coefficient directeur sont ………………………
En repère orthonormé (uniquement), deux droites dont le produit des coefficients directeurs est – 1 sont ………………….. (par exemple les droites (a) et (c) ci-dessus)

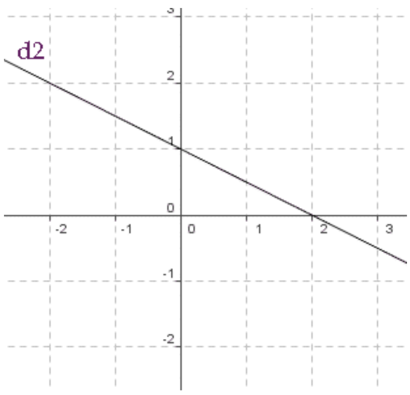
IV- L'ordonnée à l'origine.

Définition : **l'ordonnée à l'origine** d'une droite est l'ordonnée de son point d'intersection avec l'axe des ordonnées.

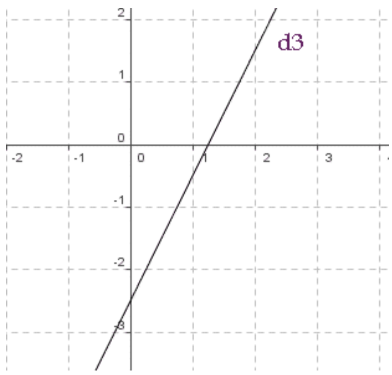
Exemples :



L'ordonnée à l'origine de la droite d_1 est ……………



L'ordonnée à l'origine de la droite d_2 est ……………



L'ordonnée à l'origine de la droite d_3 est ……………

Cas particuliers :

- Les droites parallèles à l'axe des ordonnées, qui ont des équations du type ……… n'ont pas d'ordonnée à l'origine (elles ne coupent pas l'axe des ordonnées)
- Les droites parallèles à l'axe des abscisses, qui ont des équations du type ………. admettent une ordonnée à l'origine qui est …………………..

V- Droites d'équations du type y = mx + p

Définition : m et p étant des nombres donnés, on appelle **droite d'équation y = mx + p** l'ensemble des points du plan dont les coordonnées (x,y) vérifient l'égalité y = mx + p

Exemple : Nommons $\mathscr{D}$ la droite d'équation y = 2x – 3. Quels sont les points parmi les suivants qui appartiennent à $\mathscr{D}$?

A (0 ; – 3) B (– 2 ; 5) C (2 ; 1) D (2,5 ; 2) E (3 ; 0)

Propriétés :

- Si une droite admet une équation de la forme y = mx + p, alors
  - m est son coefficient directeur
  - p est son ordonnée à l'origine
- Toute droite du plan qui n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées admet une équation réduite du type y = mx + p.

Remarque : c'est la courbe représentative de la **fonction affine** définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = mx + p

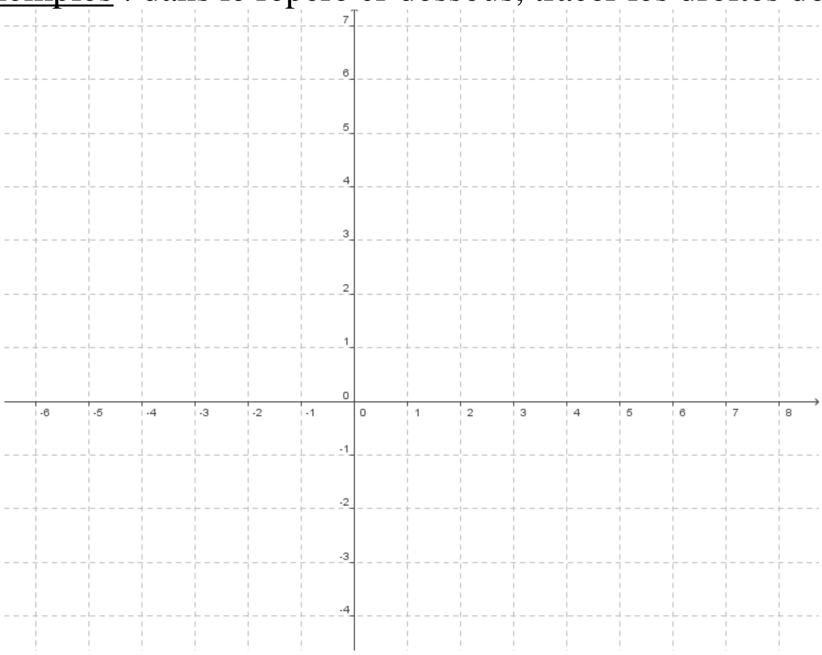
Cas particuliers :

- Si m = 0, la droite est parallèle à l'axe des abscisses (car y = 0x + p devient $\boxed{y = p}$)
- Si p = 0, la droite a pour équation $\boxed{y = mx}$ et passe par l'origine du repère

Remarques :

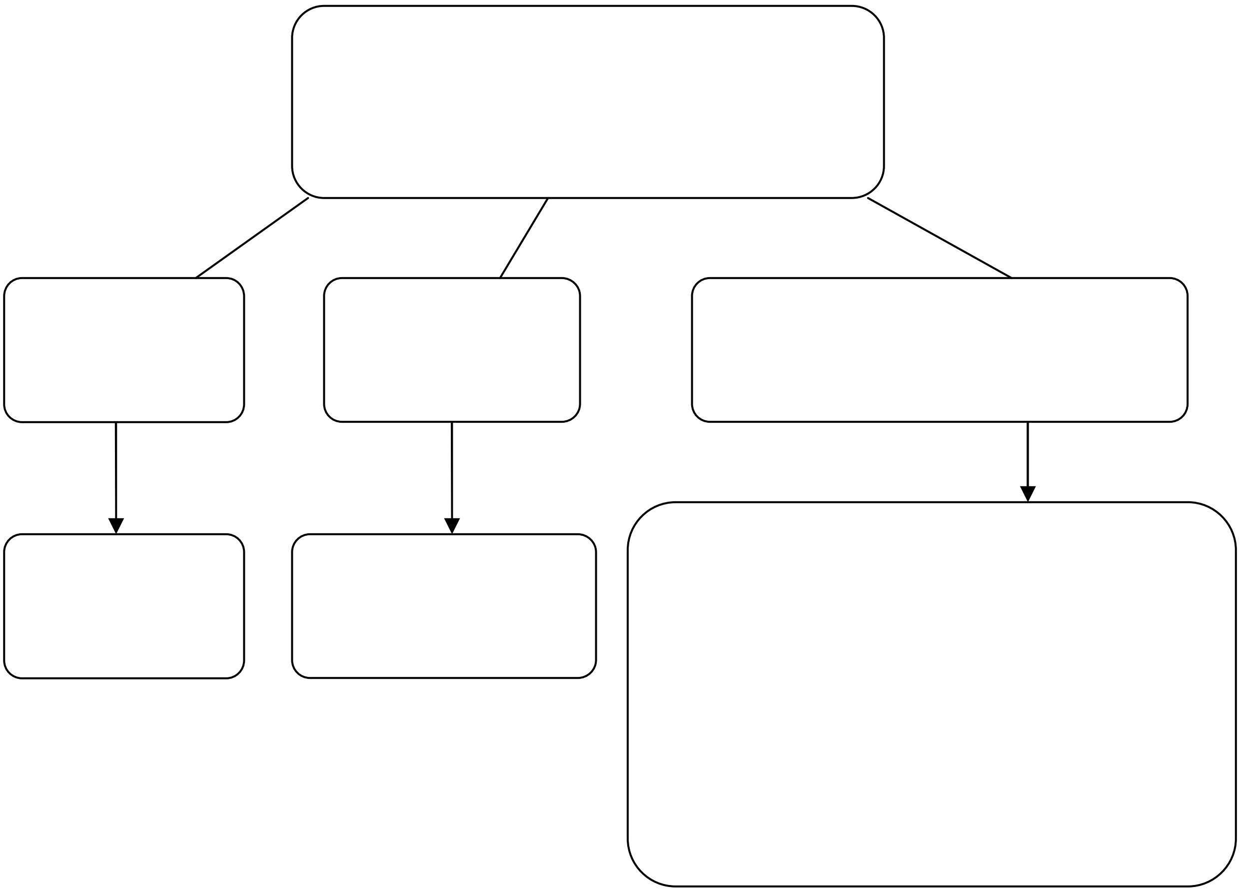
- si m = 0, la droite d'équation y = p est la courbe représentative de la **fonction constante** définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = p
- si p = 0, la droite d'équation y = mx est la courbe représentative de la **fonction linéaire** définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = mx

Exemples : dans le repère ci-dessous, tracer les droites dont on vous donne les équations :



d_1 d'équation y = 3x – 4
d_2 d'équation y = 3x
d_3 d'équation $y = -\frac{1}{2}x + 3$
d_4 d'équation y = x + 5
d_5 d'équation y = 7 – x
d_6 d'équation y = x
Cette droite s'appelle ……………………………..
d_7 d'équation y = – x
Cette droite s'appelle …………………………..
d_8 d'équation y = – 3
d_9 d'équation x = – 5

VI- Savoir déterminer par le calcul l'équation réduite d'une droite passant par deux points donnés.



Applications : Dans les trois cas suivants, déterminer par le calcul l'équation réduite de la droite (AB) :

Exemple 1 : A (– 2 ; 5) et B (– 2 ; – 1)

…………………………………………………………………………………………

Exemple 2 : A (– 2 ; 5) et B (3 ; 5)

…………………………………………………………………………………………

Exemple 3 : A (2 ; – 1) et B (4 ; 7)

……………………………………………

Donc la droite (AB) admet une équation réduite de la forme ………………………

Calcul du coefficient directeur :

$$\boxed{m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}} =$$

Calcul de l'ordonnée à l'origine :

Conclusion : l'équation réduite de la droite (AB) est …………………………