2^{nde} – Activité d'introduction aux tableaux de signes

Partie 1 : Résolution d'équations ax + b = 0.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations d'inconnue x : $\boxed{(E_1)\quad 4x + 3 = 0}$

$\boxed{(E_2)\ -5x + 2 = 0}$ $\boxed{(E_3)\ \ 7x - 1 = 0}$ $\boxed{(E_4)\ -3x - 5 = 0}$

$\boxed{(E_5)\ ax + b = 0}$ dans le cas où $a \neq 0$. $ax + b$ s'annule pour x = ……….

Partie 2 : Résolution d'inéquations ax + b … 0.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations d'inconnue x :

$\boxed{(I_{1\text{-}1})\quad 4x + 3 > 0}$ $\boxed{(I_{1\text{-}2})\quad 4x + 3 \geq 0}$ $\boxed{(I_{1\text{-}3})\quad 4x + 3 < 0}$ $\boxed{(I_{1\text{-}4})\ 4x + 3 \leq 0}$

$\boxed{(I_{2\text{-}1})\ -5x + 2 > 0}$ $\boxed{(I_{2\text{-}1})\ -5x + 2 \geq 0}$ $\boxed{(I_{2\text{-}3})\ -5x + 2 < 0}$ $\boxed{(I_{2\text{-}4})\ -5x + 2 \leq 0}$

$\boxed{(I_{3\text{-}1})\ \ 7x - 1 > 0}$ $\boxed{(I_{3\text{-}2})\ \ 7x - 1 \geq 0}$ $\boxed{(I_{3\text{-}3})\ \ 7x - 1 < 0}$ $\boxed{(I_{3\text{-}4})\ \ 7x - 1 \leq 0}$

$\boxed{(I_{4\text{-}1})\ -3x - 5 > 0}$ $\boxed{(I_{4\text{-}2})\ -3x - 5 \geq 0}$ $\boxed{(I_{4\text{-}1})\ -3x - 5 < 0}$ $\boxed{(I_{4\text{-}1})\ -3x - 5 \leq 0}$

Dans le cas où a > 0 : (indiquez les opérations appliquées aux deux membres de l'inéquation)

$\boxed{(I_{5\text{-}1})\ ax + b > 0}$ $\boxed{(I_{5\text{-}2})\ ax + b \geq 0}$ $\boxed{(I_{5\text{-}3})\ ax + b < 0}$ $\boxed{(I_{5\text{-}4})\ ax + b \leq 0}$

Dans le cas où a < 0 : (même consigne)

$\boxed{(I_{6\text{-}1})\ ax + b > 0}$ $\boxed{(I_{6\text{-}2})\ ax + b \geq 0}$ $\boxed{(I_{6\text{-}3})\ ax + b < 0}$ $\boxed{(I_{6\text{-}4})\ ax + b \leq 0}$

Qu'est-ce qui change entre le cas a > 0 et le cas a < 0 ?

Partie 3 : Principe du tableau de signes.

D'après l'équation (E_1) et les inéquations $(I_{1\text{-}1})$ et $(I_{1\text{-}3})$:

Pour quelle valeur de x a-t-on 4x + 3 = 0 ? (la placer en rouge sur une droite graduée)

Sur quel intervalle 4x + 3 est-il strictement positif ? (colorier cet intervalle en vert)

Sur quel intervalle 4x + 3 est-il strictement négatif ? (colorier cet intervalle en bleu)

On reporte les résultats trouvés dans un tableau de signes :

x	$-\infty$		$-\dfrac{3}{4}$		$+\infty$
4x + 3		–	0	+	

Etablir de même les tableaux de signes de : – 5x + 2 ; 7x – 1 et – 3x – 5

Compléter le tableau de signe de ax + b dans le cas $\boxed{a > 0}$:

x	$-\infty$	……	$+\infty$
ax + b		0	

Compléter le tableau de signe de ax + b dans le cas $\boxed{a < 0}$:

x	$-\infty$	……	$+\infty$
ax + b		0	

Ces deux tableaux sont à savoir par cœur.

Retenir : $\boxed{\textbf{ax + b est du signe de a après } -\dfrac{b}{a}}$

<u>Partie 4</u> : Recherche du signe d'un produit.

- On cherche à établir le signe du produit ($-5x + 2$) ($7x - 1$)

$-5x + 2$ s'annule en ……… et $7x - 1$ s'annule en ……….
Le plus petit des deux est ….., que l'on place en premier dans le tableau.

On partage ℝ en 3 intervalles : $]-\infty ; \frac{1}{7}[$; $]\frac{1}{7} ; \frac{2}{5}[$ et $]\frac{2}{5} ; +\infty[$

Etablir sur chacun de ces intervalles, el signe de $-5x + 2$, celui de $7x - 1$, puis, grâce à la règle des signes, le signe du produit ($-5x + 2$) ($7x - 1$)

Compléter le tableau :

x	$-\infty$		$\frac{1}{7}$		$\frac{2}{5}$		$+\infty$
$-5x + 2$		………		……….	0	………	
$7x - 1$		…….....	0	…………		………..	
$(-5x + 2)\times(7x - 1)$		………	0	…………	0	………..	

Utiliser ce tableau pour résoudre les inéquations-produits :

$\boxed{(I_{7\text{-}1})\ (-5x + 2)(7x - 1) > 0}$ $\boxed{(I_{7\text{-}2})\ (-5x + 2)(7x - 1) \geq 0}$

$\boxed{(I_{7\text{-}2})\ (-5x + 2)(7x - 1) < 0}$ $\boxed{(I_{7\text{-}4})\ (-5x + 2)(7x - 1) \leq 0}$

<u>Partie 5</u> : Méthode pour résoudre une inéquation-produit.

Un énoncé vous demande de résoudre l'inéquation (I_8): ($7x - 3$) ($-2x + 6$) ≤ 0

- Chercher les valeurs de x qui annulent $7x - 3$ et $-2x + 6$ et les classer par ordre croissant.
- Etablir le tableau de signes de ($7x - 3$) ($-2x + 6$)

x	$-\infty$		….		….		$+\infty$
………							
…….							
$(7x - 3)\times(-2x + 6)$		………	0	…………	0	………..	

- Donner l'ensemble des solutions de l'inéquation par lecture du tableau.

Procéder de même pour résoudre ($-3x + 2$) ($x - 5$) ($-x + 8$) < 0