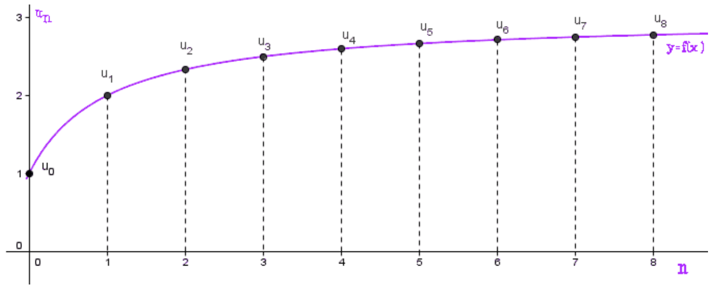
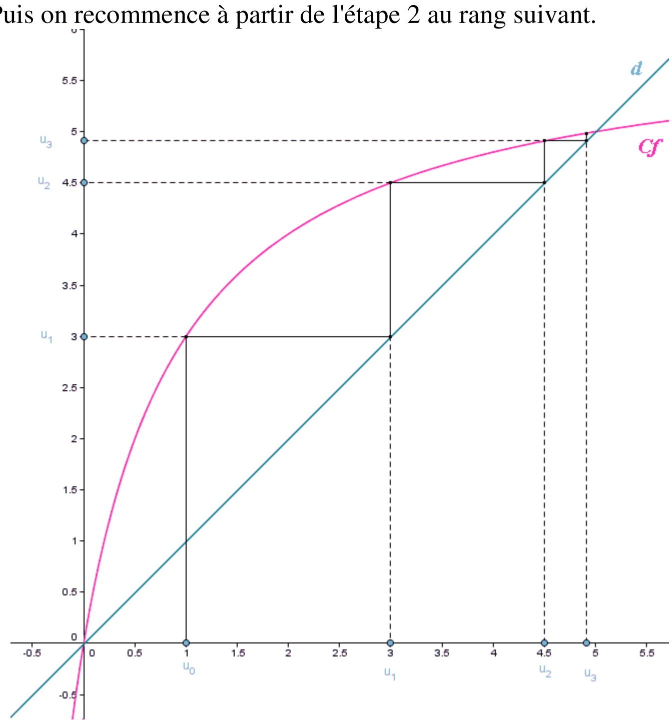
$1^{\text{ères}}$ S-ES-L - Questionnaire d'auto-révisions sur le chapitre des suites numériques.

Soit (u_n) une suite numérique définie sur ℕ. Qu'appelle-t-on u_n ? Qu'est n pour u_n ?	 Le **terme général** d'ordre n. Le **rang** ou l'**indice** du terme u_n .
Quand dit-on qu'une suite numérique (u_n) est définie **de manière explicite** ?	Lorsqu'il existe une fonction f telle que, <u>pour tout n</u>, $u_n = f(n)$
Quand dit-on qu'une suite numérique (u_n) est définie **par récurrence** ?	Lorsqu'on fournit : - Un **terme initial** (par exemple u_0 , mais on peut commencer à u_1 , u_2 ou à n'importe quel rang) - et **une formule de récurrence** qui relie deux termes qui se suivent : $u_{n+1} = f(u_n)$ par exemple.
Comment construit-on la représentation graphique d'une suite définie de manière explicite ?	On trace la courbe de la fonction f telle que $u_n = f(n)$ et on place les points de cette courbe d'abscisses entières. 
Comment construit-on la représentation graphique d'une suite définie par récurrence ?	1- On trace **la courbe de la fonction f** telle que $u_{n+1} = f(u_n)$ et **la droite** d'équation $y = x$. 2- On place le premier terme (par exemple u_0) en abscisse, on lit son image par la fonction f (u_1 est l'ordonnée du point de la courbe dont l'abscisse est u_0) 3- On cherche le point de la droite d'ordonnée u_1 pour placer u_1 en abscisse (cette droite est l'ensemble des points dont l'abscisse est égale à l'ordonnée). Puis on recommence à partir de l'étape 2 au rang suivant. 

Quand dit-on qu'une suite (u_n) est **croissante** ? Comment peut-on prouver qu'une suite est croissante ?	Quand pour tout n, $u_{n+1} \geqslant u_n$ En prouvant que, pour tout n, $u_{n+1} - u_n \geqslant 0$.
Quand dit-on qu'une suite (u_n) est **décroissante** ? Comment peut-on prouver qu'une suite est décroissante ?	Quand pour tout n, $u_{n+1} \leqslant u_n$. En prouvant que, pour tout n, $u_{n+1} - u_n \leqslant 0$
Quand dit-on qu'une suite (u_n) est **constante** ?	Quand pour tout n, $u_{n+1} = u_n$.
Qu'est-ce qu'une suite **monotone** ? **Strictement monotone** ? Comment peut-on prouver qu'**une suite n'est pas monotone** ?	Une suite **croissante**, **décroissante** ou **constante**. Une suite **strictement croissante** ou **strictement décroissante**. Il suffit de trouver deux rangs m et p pour lequels $u_{m+1} > u_m$ et $u_{p+1} < u_p$
Comment peut-on étudier les variations d'une suite définie de manière explicite ?	En étudiant sur $\mathbb{R}^+$ les variations de la fonction f telle que, pour tout n, $u_n = f(n)$. Par exemple, si f est décroissante sur [0;5,5] puis croissante sur [5,5;+∞[, (u_n) sera décroissant entre les rangs 0 et 5 puis croissante à partir du rang 6. (Entre les rangs 5 et 6, il faut calculer $u_6 - u_5$ pour savoir si la suite est croissante ou décroissante)
Qu'est-ce qu'une **suite arithmétique** ? Comment prouver qu'une suite (u_n) est arithmétique ? Quelle est la formule du terme général d'une suite arithmétique (u_n) de terme initial u_0 et de raison r ? Quelle relation relie deux termes u_m et u_p d'une suite arithmétique de raison r ? Si (u_n) est une suite arithmétique, que vaut $S = u_m + u_{m+1} + \ldots + u_{p-1} + u_p$?	Une suite dans laquelle **chaque terme** (sauf le 1er) est égal à son **terme précédent + une constante**, nommée la **raison** de la suite arithmétique. En prouvant que, pour tout n, $u_{n+1} - u_n$ est égal à une constante. $\boxed{u_n = u_0 + n \times r}$ $\boxed{u_m = u_p + (m-p)r}$ $\boxed{S = (p-m+1) \times \frac{u_m + u_p}{2}}$ soit (nombre de termes)*(moyenne du premier et du dernier)
Que vaut 1 + 2 + 3 + … + n ?	S = 1 + 2 + 3 + … + (n-1) + n + S = n + (n-1) + (n-2) + … + 2 + 1 2S = $n \times (n+1)$ donc $\boxed{S = \frac{n \times (n+1)}{2}}$
Quel est le sens de variation d'une suite arithmétique suivant les valeurs de sa raison r ?	Si $r > 0$, elle est strictement croissante. Si $r < 0$, elle est strictement décroissante. Si $r = 0$, elle est constante.

Qu'est-ce qu'une **suite géométrique** ? Comment peut-on prouver qu'une suite (u_n) est géométrique ?	Une suite dans laquelle chaque terme (sauf le 1er) est égal à celui qui le précède **multiplié par un même nombre constant** appelé la **raison** de la suite géométrique. En prouvant que, pour tout n, $\boxed{u_n \neq 0}$ et $\boxed{\frac{u_{n+1}}{u_n} = constante}$.
Donner la formule du **terme général** d'une **suite géométrique** (u_n) de terme initial u_0 et de raison q . Quelle formule relie deux termes u_m et u_p d'une suite géométrique de raison q ? Soit q≠1. Que vaut $1+q+q^2+\ldots+q^n$?	$\boxed{u_n = u_0 \times q^n}$ $\boxed{u_m = u_p \times q^{m-p}}$ $\begin{array}{rl} S = & 1 + q + q^2 + \ldots + q^n \\ -qS = & \quad - q - q^2 - \ldots - q^n - q^{n+1} \\ \hline (1-q)S = & 1 \qquad\qquad\qquad\qquad - q^{n+1} \end{array}$ Donc $\boxed{S = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}}$.
Soit (u_n) une **suite géométrique** de premier terme $\boxed{u_0 > 0}$ et de raison q. Donner le sens de variation de u_n en fonction des valeurs de q.	• Si $q > 1$, (u_n) est strictement croissante. • Si $q = 1$, (u_n) est constante. • Si $0 < q < 1$, (u_n) est strictement décroissante. • Si $q = 0$, (u_n) est constante et égale à 1 à partir du rang 1 • Si $q < 0$, (u_n) est alternée (un terme sur deux est positif, l'autre négatif) donc non monotone. Remarque : les cas $q = 1$, $q = 0$ et $q < 0$ sont aussi valables si $u_0 < 0$.

Pour approfondir la notion de limite d'une suite.

Comment prouver que la limite d'une suite (u_n) quand n tend vers +∞ est égale à +∞ ? c'est-à-dire que $\lim_{n \to +\infty} u_n = +\infty$.	Il faut que pour tout réel M choisi aussi grand que l'on souhaite, on puisse trouver un rang n_0 *à partir duquel* tous les termes de la suite soient plus grands que M.
Comment prouver que la limite d'une suite (u_n) lorsque n tend vers +∞ est un nombre réel L ? c'est-à-dire que $\lim_{n \to +\infty} u_n = L$.	Il faut que pour tout nombre ε>0 choisi aussi proche de 0 que l'on souhaite (mais pas égal à 0), on puisse trouver un rang n_0 *à partir duquel* tous les termes de la suite soient dans l'intervalle]L-ε;L+ε[