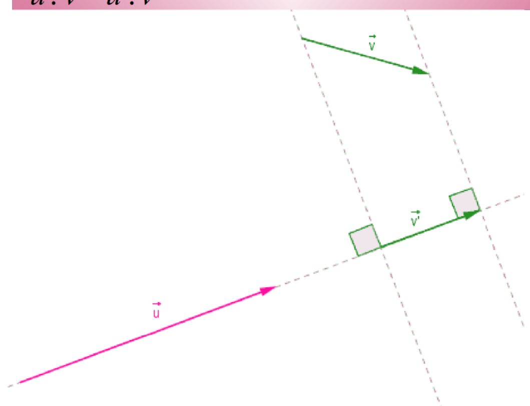
1eS – Fiche bachotage sur le chapitre 7 – Produit scalaire

On donne $A\begin{pmatrix}x_A\\y_A\end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix}x_B\\y_B\end{pmatrix}$ dans un repère orthonormé. Que vaut la longueur AB ? Si $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ dans une base orthonormée. Que vaut $\lVert\vec{u}\rVert$?	$AB=\lVert\overrightarrow{AB}\rVert=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$ $\lVert\vec{u}\rVert=\sqrt{x^2+y^2}$
Quand dit-on que deux vecteurs du plan sont orthogonaux ? Quel est le rapport entre l'orthogonalité de deux vecteurs et leur produit scalaire ?	Lorsque leurs supports sont perpendiculaires, à moins que l'un d'entre eux soit le vecteur nul, qui est orthogonal à tout vecteur du plan. Deux vecteurs sont orthogonaux si et seulement si leur produit scalaire est nul.
Donner les 4 expressions du produit scalaire de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.	• $\vec{u}.\vec{v}=\frac{1}{2}\left(\lVert\vec{u}+\vec{v}\rVert^2-\lVert\vec{u}\rVert^2-\lVert\vec{v}\rVert^2\right)$ • $\vec{u}.\vec{v}=\lVert\vec{u}\rVert.\lVert\vec{v}\rVert.\cos(\vec{u},\vec{v})$ • Si $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ dans une base orthonormée, $\vec{u}.\vec{v}=xx'+yy'$ • Si $\vec{v'}$ est un vecteur obtenu par projection orthogonale de $\vec{v}$ sur la direction de $\vec{u}$, $\vec{u}.\vec{v}=\vec{u}.\vec{v'}$ 
Soient O, A, B trois points du plan, et H le projeté othogonal de B sur (OA). Donner l'expression du produit scalaire $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ en fonction des longueurs OA, OH et des sens respectifs des vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OH}$.	$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=OA\times OH$ si $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OH}$ ont le même sens. $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-OA\times OH$ si $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OH}$ sont de sens contraires.
Compléter : le produit scalaire $\vec{u}.\vec{v}$ est : • positif lorsque les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ forment un angle … • négatif lorsque les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ forment un angle … • nul lorsque les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ forment un angle …	aigu (inférieur à 90°) obtus (supérieur à 90° mais inférieur ou égal à 180°) droit, ou si l'un des deux vecteurs est nul.
Citer les trois règles de calcul principales avec le produit scalaire. *(Remarque : les identités remarquables sont elles aussi valables avec l'addition vectorielle et le produit scalaire)*	• $\vec{u}.\vec{v}=\vec{v}.\vec{u}$ (commutativité du produit scalaire) • $\vec{u}.(\vec{v}+\vec{w})=\vec{u}.\vec{v}+\vec{u}.\vec{w}$ (distributivité du produit scalaire sur l'addition vectorielle). • Pour tous réels λ et μ, $(\lambda\vec{u}).(\mu\vec{v})=(\lambda\mu)(\vec{u}.\vec{v})$
Soit $\mathscr{D}$ une droite du plan dont une équation cartésienne dans un repère orthonormé est $ax+by+c=0$. Citer les coordonnées d'un vecteur normal à $\mathscr{D}$. (Au fait, que signifie « vecteur normal à $\mathscr{D}$ » ?)	$\vec{n}$ (a,b). Un vecteur normal à une droite, dans le plan, est un vecteur dont la direction lui est perpendiculaire.

Comment définirait-on à l'aide du produit scalaire la perpendiculaire à une droite (AB) passant par un point C ?	Comme l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AB}=0$
Dans le plan, donner une équation du cercle de centre A (x_A, y_A) et de rayon R.	$(x-x_A)^2+(y-y_A)^2=R^2$
Citer les 4 formules trigonométriques d'addition : c'est-à-dire les expressions de cosinus et sinus de (a+b) et de $(a-b)$	■ $\cos(a+b)$ = cos a cos b – sin a sin b ■ $\cos(a-b)$ = cos a cos b + sin a sin b ■ $\sin(a+b)$ = sin a cos b + sin b cos a ■ $\sin(a-b)$ = sin a cos b – sin b cos a
Donner trois expressions de $\cos(2a)$	■ $\cos^2 a-\sin^2 a$ ■ $2\cos^2 a-1$ ■ $1-2\sin^2 a$
Donner l'expression de $\sin(2a)$	$2\cos a \sin a$
Donner l'expression de $\cos^2 a$ en fonction de $\cos(2a)$	$\cos^2 a=\frac{\cos(2a)-1}{2}$
Donner l'expression de $\sin^2 a$ en fonction de $\cos(2a)$	$\sin^2 a=\frac{1-\sin(2a)}{2}$