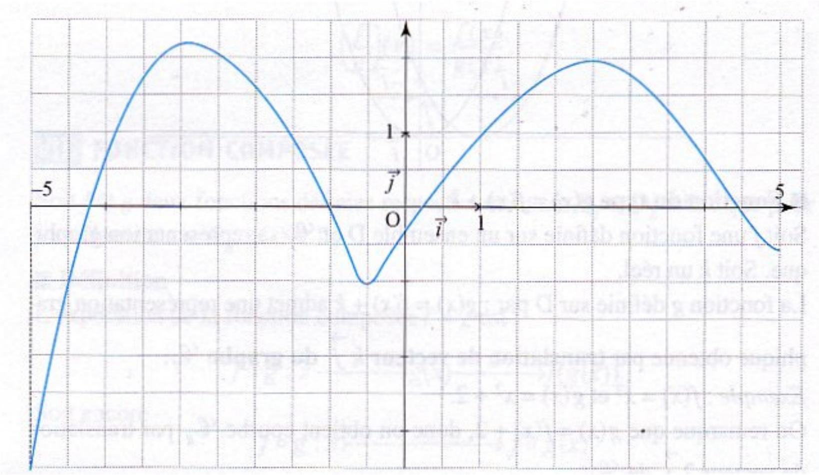
Exercice 1 : Soit *f* la fonction définie sur $[-5;5]$ dont la représentation graphique C*f* dans le repère orthonormal (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) est donnée ci-contre.



1) Établir par lecture graphique le tableau de variations de *f*.

2) Donner le maximum atteint par *f* sur l'intervalle [0;4]

3) Établir par lecture graphique le tableau de signes de *f* sur l'intervalle [-5;5]

Exercice 2 : Soient g et h les fonctions définies par : $g(x)=\frac{2}{x-3}+1$ et $h(x)=-\frac{1}{x+4}-2$

1) Donner les ensembles de définition D_g et D_h des fonctions *g* et *h*.

2) Rappeler le tableau de variations de la fonction inverse et en déduire les tableaux de variations des fonctions *g* et *h*.

3) Quelles seront les droites asymptotes aux courbes représentatives des fonctions *g* et *h* ?

Exercice 3 : Soit f la fonction définie par $f(x)=\frac{-x-1}{(x-1)(x-2)}$

1) Quel est l'ensemble de définition de *f* ? Nous le nommons D*f*.

2) Prouver que pour tout $x \in D_f$, $f(x)$ peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{x-1}+\frac{b}{x-2}$ où a et b sont deux réels constants dont vous déterminerez les valeurs.

Exercice 4 : Soit f la fonction définie par $f(x)=\sqrt{x^2+1}$

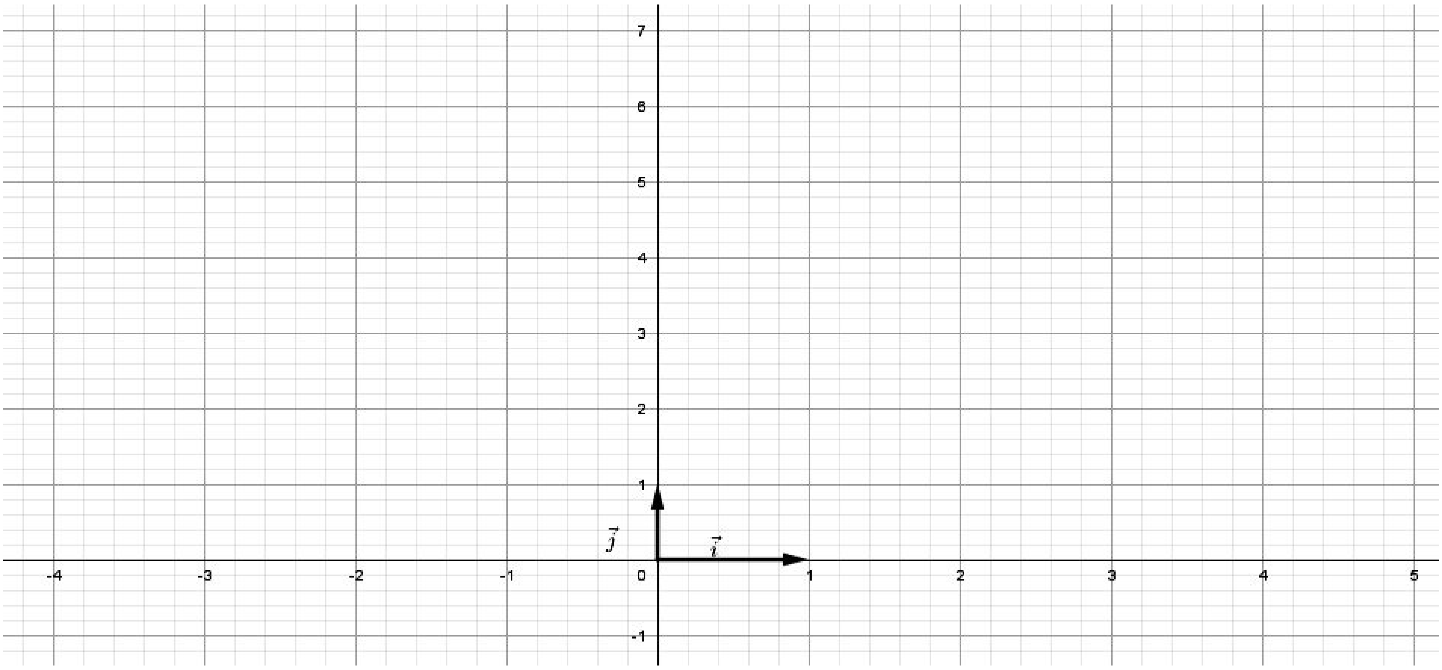
1) Prouver que *f* est définie sur $\mathbb{R}$.

2) Soient *a* et *b* deux réels de l'intervalle $[0;+\infty[$ tels que $a<b$. Comparer (en justifiant) $f(a)$ et $f(b)$. En déduire le sens de variations de *f* sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

3) Même questions que la 2) sur l'intervalle $]-\infty;0]$ (alias $\mathbb{R}$-)

4) En déduire le tableau de variations de *f* (en admettant que les limites en $-\infty$ et en $+\infty$ de f sont $+\infty$) - Ne pas oublier d'indiquer l'extremum et la valeur en laquelle il est atteint -

5) Tracer la courbe représentative de *f* dans le repère suivant :



Exercice 6 : 1) Exprimer sans racine au dénominateur :

$A=\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}$ $\quad B=\dfrac{3}{2\sqrt{5}+4}$ $\quad C=\dfrac{3+\sqrt{7}}{3-\sqrt{7}}$ $\quad D=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

2) Les fonctions *f*, *g*, *h* et *k* sont définies par :

$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$ $\quad g(x)=\dfrac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ $\quad h(x)=\dfrac{2}{\sqrt{x+1}-1}$ et $k(x)=\dfrac{3}{\sqrt{x^2+4}-1}$

a) Déterminer les ensembles de définition D_f , D_g , D_f et D_k des fonctions *f*, *g*, *h* et *k*.

b) Écrire leurs expressions sans racines au dénominateur. Les ensembles de définition restent-ils les mêmes ?

Exercice 7 : *f* est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=|7-2x|+2|x+5|$

1) Écrire $|7-2x|$ sans le symbole valeur absolue[1].

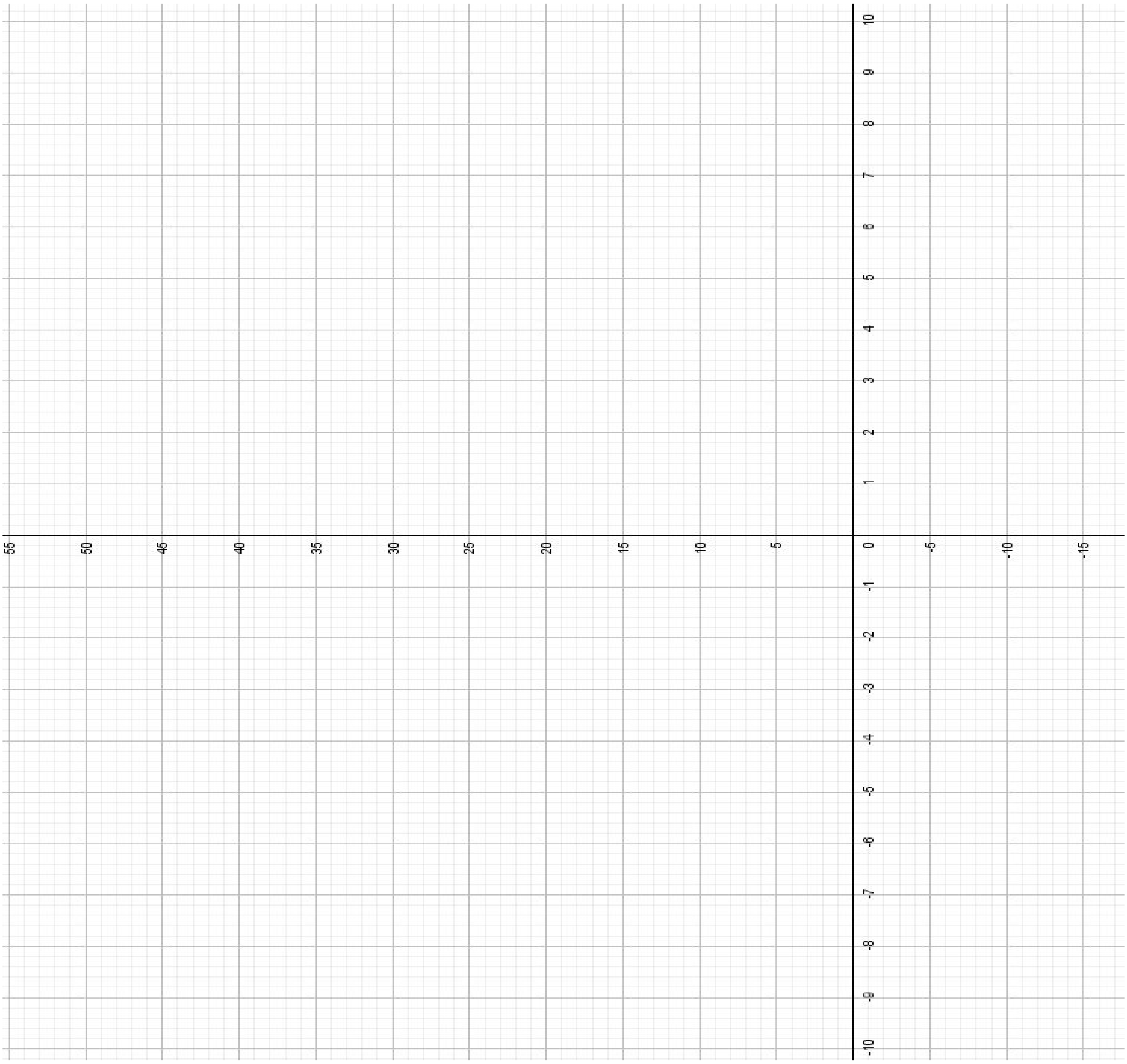
2) Écrire $|x+5|$ sans le symbole valeur absolue.

3) Écrire l'expression de $f(x)$ sans le symbole valeur absolue en distinguant les intervalles appropriés.

4) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le repère page suivante.

5) Combien les nombres 5, 17 et 25 admettent-ils d'antécédents par f et quels sont ces antécédents ? Faire une conjecture par lecture graphique, puis une preuve par le calcul.

1 Il faut pour cela distinguer les cas où $7-2x\leq 0$ et où $7-2x\geq 0$ en se plaçant sur les intervalles correspondants.



Exercice 8 : On considère la fonction définie sue $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ par $f(x)=\dfrac{-2x^2+5x+2}{x-1}$.

1) Démontrer que, pour tout x appartenant à $\mathbb{R}\backslash\{1\}$, $f(x)=-2x+3+\dfrac{5}{x-1}$.

2) Déterminer le sens de variations de f sur chacun des intervalles de son ensemble de définition.

Exercice 9 : On considère une fonction f dont le tableau de variations sur [-5;4] est donné page suivante.

x	-5		-1		3		4
f(x)	5	↘	-3	↗	2	↘	0

1) Donner, sans le justifier, le tableau de variations de la fonction définie sur $[-5{,}4]$ par $g(x)=2f(x)+3$

2) Donner, en le justifiant, le tableau de variations de la fonction définie sur… (à vous de trouver son ensemble de définition) par $h(x)=\dfrac{1}{f(x)+3}$

Exercice 10 : Après avoir déterminé leur ensemble de définition, utiliser les fonctions de référence pour établir le sens de variations des fonctions suivantes : 1) f définie par $f(x)=\dfrac{1}{x+1}-9$ 2) g définie par $g(x)=\sqrt{x^2-16}$ 3) h définie par $h(x)=(-2x+8)^2$

Exercice 11 : 1) Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{2-x}}-4$

a) Donner l'ensemble de définition de f b) Étudier le sens de variations de f sur $]-\infty;2[$ c) En déduire un encadrement de $f(x)$ pour tout x tel que $-2\leqslant x\leqslant 1$

2) Soit g la fonction définie par $g(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$

a) Donner l'ensemble de définition D_g de g.

b) Quels que soient a et b appartenant à D_g, calculer $g(b)-g(a)$

c) Quel est le signe de $g(b)-g(a)$ pour a et b de l'intervalle $]-1;+\infty[$ tels que $a\leqslant b$? Qu'en déduit-on en ce qui concerne les variations de g ?

d) Que peut-on dire du sens de variations de g sur l'intervalle $]-\infty;-1[$? Justifier.

Exercice 12 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|5t+4|=|6t-9|$

2) Résoudre $\mathbb{R}$ dans l'inéquation $|x-2|\leqslant|7-x|$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2|x+1|-|x-3|=|5-x|$

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|3x-6|-|x-3|-|x+1|\leqslant 2-x$

Exercice 13 (type DS) : Soint f et g les fonctions définies par :

$f(x)=\sqrt{-x+4}$ et $g(x)=\sqrt{x-2}$.

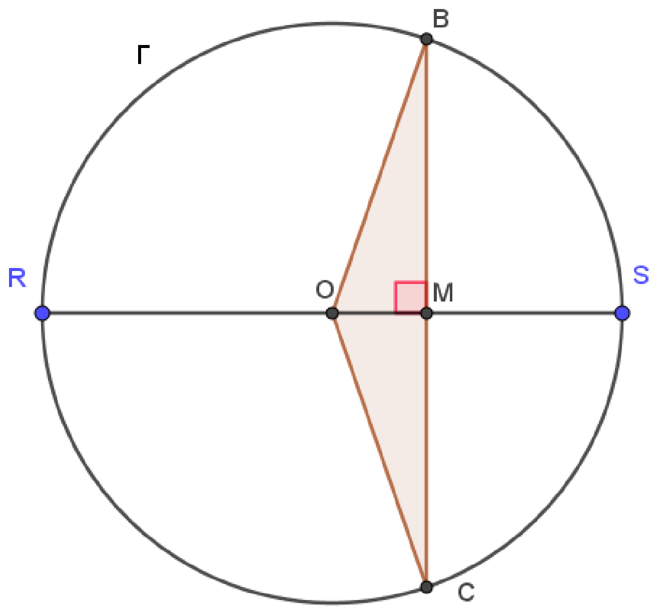
1) Donner les ensembles de définition de f et de g.

2) Étudier la position relative des courbes C_f et C_g.

Exercice 14 : Étudier la position relative de la parabole $\mathscr{P}$ d'équation $y=2x^2-6x+1$ et de la droite d d'équation $y=-x+4$

Exercice 15 : On considère le cercle Γ de diamètre $[RS]$ et de centre O, avec $RS=4$.

Pour tout point M de [OS], on trace la perpendiculaire à (RS) passant par M qui coupe le cercle en B et C.



On note $x=OM$ et $f(x)$ l'aire du triangle OBC.

1) Quel est l'ensemble de définition I de f ?

2) Conjecturer sur un logiciel de géométrie le maximum m de f sur I.

3) Démontrer que, pour tout x de I,

$f(x)=x\times\sqrt{4-x^2}$

4) a) Démontrer que, pour tout x de I,

$f(x)-m=\sqrt{4x^2-x^4}-m$

b) Transformer $f(x)-m$ en utilisant sa quantité conjuguée pour montrer que $f(x)-m\leqslant 0$ sur I (On pourra poser $t=x^2$).

c) Quelle est l'aire maximale du triangle OBC ? Pour quelle position de M l'obtient-on, et quelle est alors la nature du triangle ?