

Exercices sur les additions de pourcentages et les pourcentages de pourcentages. Corrigés.

Exercice 1 : 1) a) On ne peut pas additionner les pourcentages 30 % et 26 % dans cette situation, car ils ne se réfèrent pas au même total : les 30 % se réfèrent à l'ensemble des filles élèves dans le lycée tandis que les 26 % se réfèrent à l'ensemble des garçons élèves du lycée. Ces deux ensembles sont distincts : ils n'incluent pas les même individus.

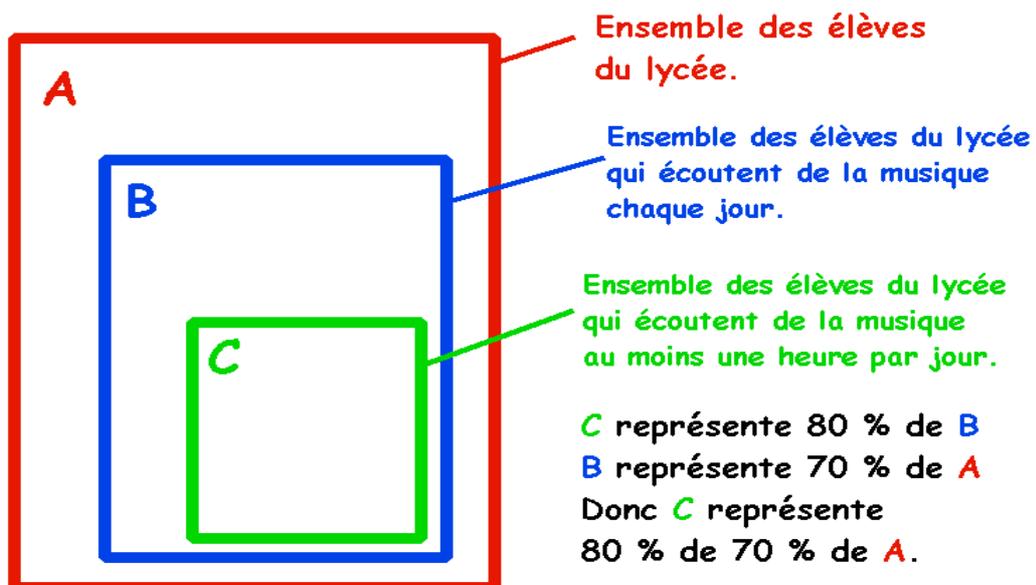
Une autre réflexion, sur les ordres de grandeur, peut nous permettre de répondre : le pourcentage d'élèves inscrits dans un club sportif devrait se situer entre 26 % (au minimum, si tous les élèves sont des garçons) et 30 % (au maximum, si tous les élèves sont des filles).

b) Dans cette question, les 18 % et les 21 % portent bien sur le même total : l'ensemble des élèves du lycée. Mais concernent-ils des parties disjointes de ce total ? A priori non, puisqu'un même élève peut être à la fois inscrit dans un club de foot et dans un club pour un autre sport. Ici encore, on ne peut pas additionner les pourcentages donnés car on n'a pas les deux conditions requises pour que ce soit faisable.

c) Ici, on a bien les deux conditions requises pour pouvoir additionner les pourcentages :
– Les 40 % et les 35 % se réfèrent au même total : l'ensemble des élèves du lycée.
– Ils concernent deux sous-ensembles disjoints de ce total : un élève ne peut pas être à la fois en seconde et en première.

Il est donc exact de dire que $40\% + 35\% = 75\%$ des élèves du lycée sont en seconde ou en première.

2)



a) Le nombre d'élèves du lycée qui écoutent de la musique chaque jour est :

$$70 \% \text{ de } 800 = 0,7 \times 800 = 560$$

Le nombre d'élèves du lycée qui écoutent de la musique chaque jour pendant au moins une heure est : $80 \% \text{ de } 560 = 0,8 \times 560 = 448$

b) Connaissant les effectifs, on peut calculer directement le pourcentage d'élèves du lycée qui écoutent de la musique au moins une heure par jour par la formule :

$$\% \text{ de proportion} = \frac{\text{Effectif de la partie}}{\text{Effectif total}}$$

Pourcentage des élèves du lycée qui écoutent de la musique au moins une heure chaque jour :

$$\frac{448}{800} = \frac{4 \times 112}{4 \times 200} = \frac{2 \times 56}{2 \times 100} = \frac{56}{100} = 56 \% .$$

On vérifie ce résultat par la formule du « pourcentage de pourcentage » :

$$80 \% \text{ de } 70 \% = 0,8 \times 0,7 = 0,56 = 56 \% \text{ (qui vaut bien } 70 \% \times 80 \% \text{)}$$

Exercice 2 : Dans cet énoncé, les pourcentages se réfèrent bien au même total (production totale d'électricité en France) et il s'agit bien des proportions de sous-ensembles disjoints de ce total (l'électricité est produite soit d'une manière, soit d'une autre, mais pas de plusieurs manières à la fois).

On peut donc calculer le pourcentage de l'électricité totale produite en France en 2005 assuré par l'hydraulique, éolien et le photovoltaïque : $10,2 \% + 0,2 \% = 10,4 \%$

10,4 % de l'électricité produite en France en 2005 a été assurée par l'hydraulique, l'éolien et le photovoltaïque.

Exercice 3 : Le candidat lcks a reçu 38 % des voix des 70 % d'électeurs qui ont voté.

$$38 \% \text{ de } 70 \% = 0,38 \times 0,70 = 0,266 = 26,6 \%$$

26,6 % des électeurs inscrits ont voté pour lcks.

Exercice 4 : Les pourcentages de cet énoncé sont des proportions d'un même total : l'ensemble des enveloppes à remplir. Ils concernent bien des sous-ensembles disjoints de ce total : on suppose en toute logique qu'une même adresse n'a pas été écrite à la fois par Florence et par Loïc.

Pour connaître le pourcentage d'enveloppes déjà remplies, on peut donc additionner le pourcentage de celles remplies par Florence avec le pourcentage de celles remplies par Loïc : $25 \% + 18 \% = 43 \%$.

43 % des enveloppes sont déjà remplies.

Exercice 5 : Ici, les pourcentages donnés sont des bien pourcentages de **proportion d'un même ensemble** : l'ensemble des visiteurs venus au club de ski lors de cette journée « portes ouvertes ». Ils concernent bien des **sous-ensembles disjoints** de ce total, puisqu'il était impossible de participer à la fois à l'initiation au ski de fond et à l'initiation à la marche en raquette. Le pourcentage de visiteurs s'étant initiés soit au ski de fond soit à la marche en raquettes est donc de $50 \% + 35 \% = 85 \%$.

Exercice 6 : On ne peut pas calculer le pourcentage de personnes qui parlent au moins le français ou l'anglais, **puisque ces deux sous-ensembles** de l'ensemble des participants du congrès **ne sont** (a priori) **pas disjoints** : un même participant peut parler les deux langues ...ou non. On peut juste dire que le pourcentage des personnes parlant au moins l'une des deux langues est compris entre 82% (situation où tous ceux qui parlent le français parlent aussi l'anglais) et 100% (situation où le plus de participants possible [ici $100 \% - 82 \% = 18 \%$] parlent le français mais pas l'anglais)

Exercice 7 : Comme dans l'exercice 6, **les deux sous-ensembles** de l'ensemble des habitants que nous considérons **ne sont** a priori **pas disjoints**, puisqu'un même habitant peut prendre à la fois le tramway et l'autobus au moins une fois par jour. Ici encore, **on ne peut pas calculer le pourcentage exact** des habitants qui prennent au moins l'un des deux transports chaque jour, on ne peut que calculer une fourchette : le pourcentage des habitants de la ville qui prennent le tramway ou l'autobus au moins une fois par jour est compris entre 27% (si tous ceux qui prennent le tramway prennent aussi l'autobus) et $22 \% + 27 \% = 49 \%$ (si les deux sous-ensembles sont disjoints, c'est-à-dire si tous habitants qui prennent le tramway au moins une fois par jour ne prennent pas également l'autobus, et si tous les habitants qui prennent l'autobus au moins une fois par jour ne prennent pas également le tramway.)

Exercice 8 : Dans cet exercice, les 100% des candidats ayant réussi le permis l'année dernière sont partitionnés en 4 sous-ensembles. (Note : on dit que des **sous-ensembles** forment une « **partition** » d'un ensemble quand ils sont **disjoints deux à deux** et quand **leur réunion forme l'ensemble total**. Voir le chapitre des probabilités.)
On peut vérifier que $51,7 \% + 31,4 \% + 10,2 \% + 6,7 \% = 100 \%$.

Ces **sous-ensembles** sont donc **deux à deux disjoints**. Les pourcentages se réfèrent au même total.

Pour calculer le pourcentage de candidats ayant réussi en « au plus deux fois » le permis, il suffit d'additionner le pourcentage de ceux qui ont réussi à la première présentation et de ceux qui ont réussi à la deuxième présentation :

$$51,7 \% + 31,4 \% = 83,1 \%$$

83,1 % des candidats ont réussi leur permis en au plus deux fois.

Exercice 9 : Ici encore on a une **partition du total** considéré : le prix des médicaments. Ce prix se divise en **trois parts disjointes** : la part remboursée par la sécurité sociale, la part remboursée par la mutuelle, et la part qui reste à payer par Papy Victor.

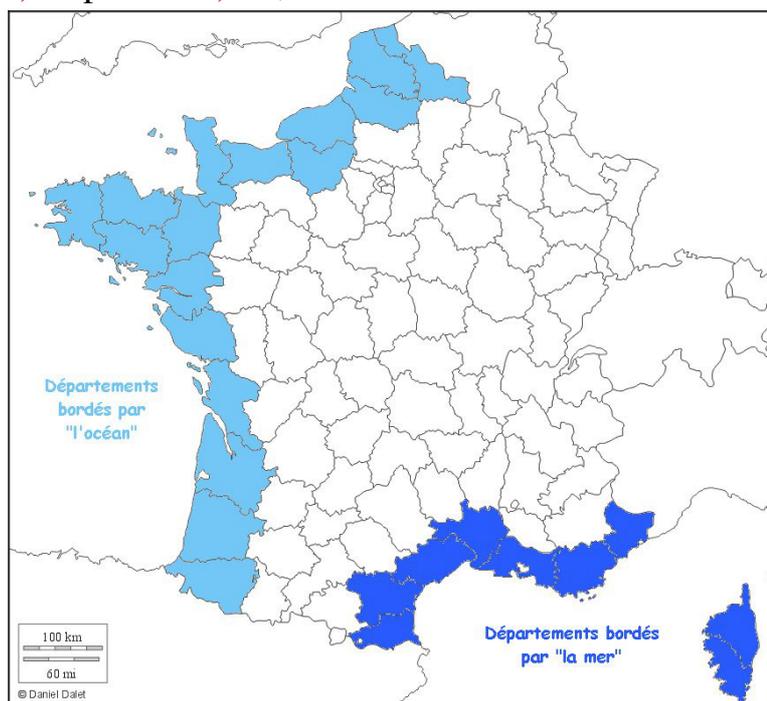
La part remboursée est de $35\% + 60\% = 95\%$.

La part qui reste à payer à Papy Victor est donc de $100\% - 95\% = 5\%$.

Exercice 10 : 1) Réponse : c) On ne peut pas savoir.

En effet, les 20% et les 40% ne se réfèrent pas au même total : l'un se réfère aux électeurs du bureau A, l'autre se réfère aux électeurs du bureau B. Pour faire le calcul, il nous faudrait connaître, soit le nombre d'électeurs dans chacun des deux bureaux, soit la proportion du nombre d'électeurs de l'un des deux bureaux par rapport au total. (Voir dans le cours vidéo « Pourcentages partie 2 » l'exemple 6 sur les garçons et les filles d'une classe pratiquant une activité musicale).

2) Réponse : a) $25,3\%$



Si on regarde une carte des départements français, on constate qu'aucun n'est à la fois bordé par l'océan et par la mer selon la définition de l'énoncé. Comme les pourcentages donnés se réfèrent au même total (= l'ensemble des départements français métropolitains) et concernent deux parties disjointes de ce total (ceux qui sont bordés par l'océan et ceux qui sont bordés par la mer), on peut additionner les pourcentages pour savoir quel pourcentage des départements français métropolitains ont une façade maritime :

$$15,8\% + 9,5\% = 25,3\%$$

3) Réponse : c) On ne peut pas savoir.

Comme dans les exercices 6 et 7, les pourcentages se réfèrent à un même total, mais à deux parties a priori non-disjointes de ce total : un même élève peut avoir eu une ou des absences justifiées ainsi qu'une ou des absences injustifiées. On ne peut pas calculer la valeur exacte du pourcentage des élèves ayant eu au moins une absence justifiée ou non dans le trimestre, mais on peut l'évaluer dans une fourchette : ce pourcentage est compris entre 18% (Si tous les élèves ayant eu une absence injustifiée en ont aussi eu une justifiée) et $18\% + 15\% = 33\%$ (Si les élèves qui ont eu une absence injustifiée n'en ont pas eu une justifiée et vice-versa). On ne peut donc pas savoir si le pourcentage recherché est inférieur, supérieur ou égal à 30% .

4) Réponse : b) 46%

Je n'y connais rien en basket, mais j'imagine qu'un même point n'a pas pu être marqué à la fois par José et par Miloud. Les pourcentages 20 % et 26 % se réfèrent bien à **deux parties disjointes d'un même total** (= l'ensemble des buts marqués par l'équipe). Le pourcentage de points de l'équipe remportés par le tandem José-Miloud est donc de :
 $20 \% + 26 \% = 46 \%$.

5) Réponse : **b)** 48 %

La part du salaire de Karine consacrée à la nourriture et celle qu'elle consacre à son loyer sont **disjointes** : un même centime d'euro ne peut à la fois aller au salaire et à la nourriture, en tout bon sens. Les pourcentages donnés dans cet énoncé se réfèrent bien à **deux parties disjointes** (part réservée au salaire, part réservée à la nourriture) **d'un même total** : le salaire de Karine. On peut donc les additionner pour connaître le pourcentage du salaire de Karine affecté aux dépenses : salaire + nourriture : $20 \% + 28 \% = 48 \%$.

6) Réponse : **a)** 15 % de sucre

Répondre à cette question me chiffonne un peu car on ne mesure pas le sucre en litres, et on ne nous dit pas si les 10 % et les 20 % sont en volume ou en poids...

Néanmoins, en faisant ce mélange de **deux quantités égales** de jus de fruits, il est logique que la contenance en sucre du mélange soit **la moyenne** des deux contenances des deux jus de départ. Moyenne de 10 % et 20 % = $\frac{10 \% + 20 \%}{2} = \frac{30 \%}{2} = 15 \%$

7) Réponse : **c)** 26 % de jus de raisin

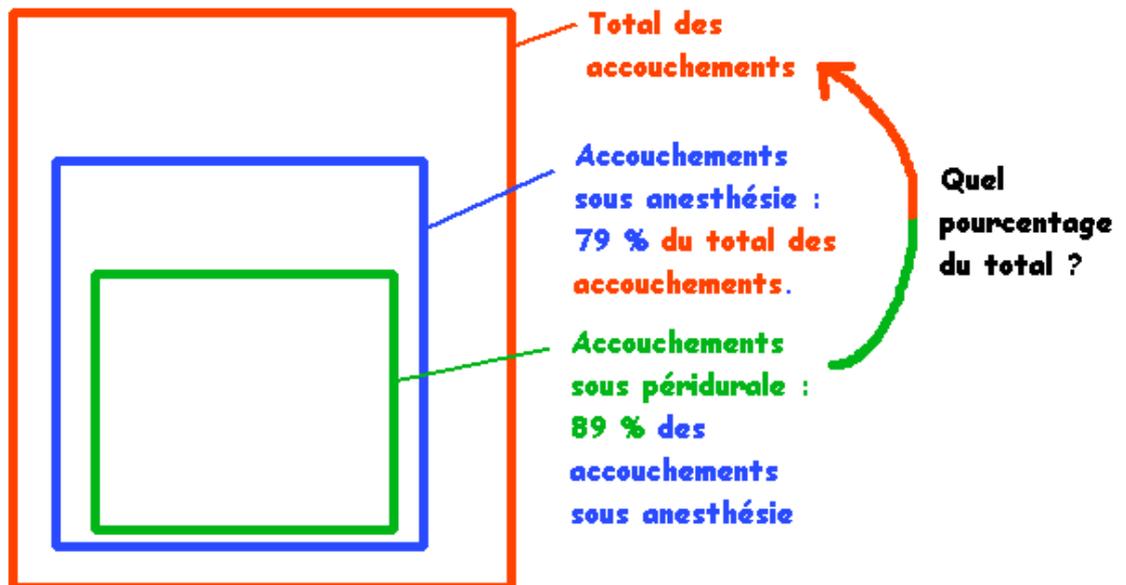
Ici, on raisonne sans équivoque en volumes : on mélange donc 2 litres de jus contenant 20 % de 2 litres de jus de raisin, soit $0,2 \times 2$ litres = 0,4 litres de jus de raisin, avec 3 litres de jus contenant 30 % de jus de raisin, soit 30 % de 3 litres de jus de raisin, soit $0,3 \times 3$ litres = 0,9 litres de jus de raisin.

On obtient donc $2 + 3 = 5$ litres de jus contenant $0,4 + 0,9 = 1,3$ litres de jus de raisin.

Le pourcentage en jus de raisin de ce jus obtenu est donc de $\frac{1,3}{5} = \frac{13}{50} = \frac{26}{100} = 26 \%$

« volume de la partie » / / « volume total »

Exercice 11 :



On est dans la situation du « pourcentage de pourcentage » :
89 % de 79 % des accouchements ont été faits sous péridurale.
 $89 \% \text{ de } 79 \% = 0,89 \times 0,79 = 0,7031 = 70,31 \%$.
70,31 % des accouchements se sont faits par péridurale.

Exercice 12 : Même situation qu'à l'exercice 11 : 76 % de 42 % des individus (qui sont du groupe O) sont du groupe O⁺.
 $76 \% \text{ de } 42 \% = 0,76 \times 0,42 = 0,3192 = 31,92 \%$
31,92 % des individus de la population étudiée sont du groupe O⁺.

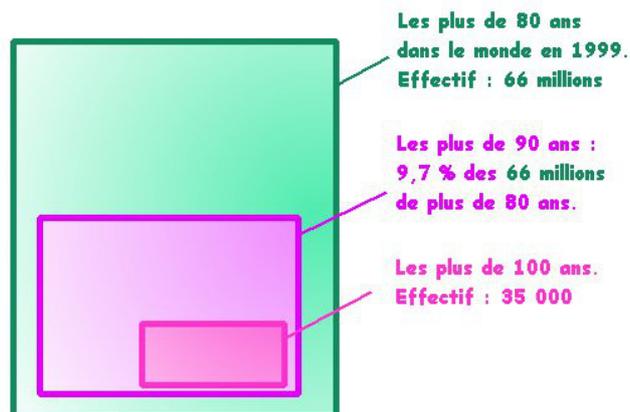
Exercice 13 : Même situation : 60 % des 90 % de fumeurs interrogés (qui ont déjà essayé d'arrêter de fumer) ont réussi à s'arrêter plus d'un mois.
 $60 \% \text{ de } 90 \% = 0,6 \times 0,9 = 0,54 = 54 \%$
54 % des élèves fumeurs interrogés ont réussi à s'arrêter de fumer plus d'un mois.

Exercice 14 : C'est encore la même situation : 15 % des 70 % de résidents (qui ont plus de 70 ans) ont plus de 90 ans.
 $15 \% \times 70 \% = 0,15 \times 0,7 = 0,105 = 10,5 \%$
10,5 % des résidents de la maison de retraite ont plus de 90 ans.

Exercices demandant un peu plus de réflexion :

Exercice 15 : Ici, il ne faut pas s'emmêler entre les effectifs et les pourcentages. On souhaite connaître : le pourcentage des centenaires (petit rectangle rose) parmi les plus de 90 ans (moyen rectangle mauve).

Ce schéma ne respecte pas les proportions, mais on n'a pas besoin que ce soit le cas pour raisonner. De plus, un schéma aux proportions serait illisible.



Le plus simple ici est de calculer l'effectif des plus de 90 ans.

On sait qu'ils sont 9,7 % de 66 millions, c'est-à-dire :

$$0,097 \times 66\,000\,000 = 6\,402\,000$$

Le pourcentage des plus de 100 ans parmi les plus de 90 ans se calcule donc ainsi :

$$\% \text{ prop} = \frac{\text{Effectif des plus de 100 ans}}{\text{Effectif des plus de 90 ans}} = \frac{35\,000}{6\,402\,000} \approx 0,005467 \text{ soit } 0,5467 \%$$

Rappel : quand la calculatrice vous affiche $5,46704155 \times 10^{-3}$, elle veut dire $5,46704155 \times 10^{-3}$ ou encore $5,46704155 \times 0,001$, c'est-à-dire 0,00546704155, qui est une valeur approchée à 10^{-11} près du quotient calculé. Vous aurez remarqué qu'on ne note pas = mais \approx quand on obtient une valeur approchée. Dans la phrase de conclusion, on dit « environ » pour indiquer qu'il s'agit non d'une valeur exacte, mais d'une valeur approchée :

Chez les plus de 90 ans, les centenaires sont *environ* 0,5467 %.

Exercice 16 : Dans cet exercice, on a deux critères à étudier sur la population totale (ensemble des femmes ayant accouché) considérée :

Le critère a fumé/n'a pas fumé pendant la grossesse.

Le critère a nourri cet enfant au sein/n'a pas allaité son enfant au sein

On peut représenter la situation par un tableau à double-entrée : soit un tableau d'effectifs, soit un tableau de pourcentages. Comme on connaît des effectifs, mieux vaut faire un tableau d'effectifs, car il est facile ensuite de calculer un pourcentage de proportion : il suffit de diviser l'effectif de la partie considérée par l'effectif total.

Nombres de mères	ayant nourri leur enfant au sein	n'ayant pas nourri leur enfant au sein	Total
Ayant fumé pendant la grossesse	54		120
N'ayant pas fumé pendant la grossesse	603		670
Total	657		790

J'ai noté en gras dans le tableau les données fournies par l'énoncé.

On peut répondre aux questions 1) a) et 1) b) sans avoir fait de tableau, mais moi j'aime bien me représenter visuellement les choses. Je me sers des réponses à ces questions pour compléter mon tableau.

1) a) 45 % des 120 mères ayant fumé pendant la grossesse ont nourri leur enfant au sein, soit : 45 % de 120 = $0,45 \times 120 = 54$

54 mères fumeuses pendant la grossesse ont nourri leur enfant au sein.

b) 90 % des 670 mères n'ayant pas fumé pendant la grossesse ont nourri leur enfant au sein : 90 % de 670 = $0,9 \times 670 = 603$

603 mères n'ayant pas fumé pendant la grossesse ont nourri leur enfant au sein.

2) Pour répondre à la question 2, on a besoin de savoir combien de mères en tout ont nourri leur enfant au sein : il y en a $54 + 603 = 657$. (Ok, on pouvait aussi le faire sans le tableau.)

Maintenant qu'on sait que 657 des 790 mères ayant accouché au total ont nourri leur enfant au sein, on peut calculer le pourcentage que ces mères allaitantes représente par rapport à la totalité des mères :

$$\% \text{ de proportion} = \frac{\text{Effectif de la partie}}{\text{Effectif total}}$$

$$\frac{657}{790} \approx 0,8316 \text{ soit } 83,16 \%$$

83,16 % des mères ayant accouché dans cette maternité ont nourri leur enfant au sein.

J'ai remarqué que ce genre de tableau à double-entrée pouvait faire l'objet d'exercices dans les annales de concours de catégorie C. On demande de savoir calculer les effectifs à l'aide de pourcentages mais aussi à l'aide de fractions d'un effectif. Par exemple, on pourrait vous dire que $\frac{2}{3}$ des mères ayant fumé pendant la grossesse ont accouché en présence de leur conjoint et vous demander de calculer le nombre de mères fumeuses ayant accouché en présence de leur conjoint. Comment calculerait-t-on ?

$$\frac{2}{3} \text{ de } 120 = \frac{2}{3} \times 120 = \frac{2}{3} \times \frac{120}{1} = \frac{2 \times 120}{3 \times 1} = \frac{2 \times 3 \times 40}{3 \times 1} = \frac{2 \times 40}{1} = 80$$

en simplifiant ici par 3

Exercice 17 :

	Internes	Demi-p.	Externes	Total
Filles	120	240	440	800
Garçons	200	240	760	1200
Total	320	480	1200	2000

Ici, on vous demande implicitement de faire un tableau d'effectifs et non de pourcentages, puisque le total des totaux en bas à droite est le nombre d'élèves du lycée.

Quelles cases l'énoncé nous permet-il de compléter ?

Première information : « 40 % des élèves du lycée sont des filles. »

On peut donc calculer le nombre de filles : 40 % de 2 000 = $0,4 \times 2000 = 800$.

Il y a 800 filles au total dans ce lycée. On complète donc la dernière case de la première ligne du tableau.

Juste après, par soustraction, on calcule le nombre total de garçons : $2000 - 800 = 1200$.

Deuxième information : « 15 % des filles sont internes. » On connaît le nombre de filles, on peut calculer le nombre de filles internes : 15 % de 800 = $0,15 \times 800 = 120$.

On inscrit 120 à l'intersection de la ligne « filles » et de la colonne « internes ».

Troisième information : « 60 % des élèves sont externes. » Le nombre d'externes est donc : 60 % de 2000 = $0,6 \times 2000 = 1200$. On inscrit 1200 dans le total des externes.

Quatrième information : « 760 garçons sont externes. » On peut donc compléter l'intersection de la ligne « garçons » avec la colonne « externes ».

Ensuite, par soustractions, on peut calculer :

Le nombre de filles externes = $1200 - 760 = 440$.

Le nombre de filles demi-pensionnaires = $800 - 120 - 440 = 240$

Cinquième information : « la moitié des demi-pensionnaires sont des filles. » Il y a donc autant de garçons demi-pensionnaires que de filles, soit 240.

Le total des demi-pensionnaires est $2 \times 240 = 480$.

Pour calculer le nombre d'internes et le nombre de garçons, on a plusieurs choix.

Bon, je commence par calculer le nombre de garçons internes : $1200 - 240 - 760 = 200$

Le nombre d'internes est donc : $120 + 200 = 320$.

Je vérifie que $320 + 480 + 1200 = 2000$.

Cet exercice me semble inspiré des sujets de l'ancien bac SMS. Le suivant aussi !

Exercice 18 :

	Ont vu leur santé s'améliorer	N'ont pas vu leur santé s'améliorer	Total
Ont pris le médicament	60	20	80
Ont pris le placebo	5	35	40
Total	65	55	120

Le tableau, un tableau d'effectifs, se remplit par simples soustractions puis additions.

2) a) Le pourcentage des personnes qui ont vu leur santé s'améliorer parmi celles qui

ont pris le médicament est de $\frac{60}{80} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0,75 = 75 \%$.

Une erreur courante que je rencontrais dans les classes de SMS : certains élèves calculaient $\frac{65}{80} = \frac{\text{le nombre de personnes ayant vu leur santé s'améliorer}}{\text{le nombre de personnes ayant pris le médicament}}$.

Seulement, ils oublièrent qu'ici, le « total » à considérer était le nombre de personnes ayant pris le médicament, qu'on ne travaillait que « parmi » ces personnes ayant pris le médicament et que donc on ne pouvait pas calculer un pourcentage de proportion de ce total en comptant des éléments qui n'en faisaient pas partie (ceux qui ont vu leur santé s'améliorer mais qui n'ont pas pris le médicament). Or quand on calcule un pourcentage de proportion, il faut que la « partie » soit une partie comprise dans le total auquel on se réfère.

b) Le pourcentage des personnes qui ont vu leur santé s'améliorer parmi celles qui n'ont pas pris le médicament est de $\frac{5}{40} = \frac{5 \times 1}{5 \times 8} = \frac{1}{8} = 0,125 = 12,5 \%$

c) Calculons le pourcentage des personnes qui ont pris le médicament parmi celles qui ont vu leur santé s'améliorer. Notre total est ici « les personnes qui ont vu leur santé s'améliorer », qui sont 65. Attention à ne pas compter dans la partie des personnes ne faisant pas partie de ces 65-là. Parmi les patients ayant vu leur état s'améliorer, 60 ont pris le médicament. $\frac{60}{65} \approx 0,923 = 92,3 \%$

Le pourcentage des personnes qui ont pris le médicament parmi celles qui ont vu leur santé s'améliorer est donc d'environ 92,3 %. *(Généralement, les énoncés d'examens donnent la précision à laquelle ils veulent que vous arrondissiez les valeurs approchées, afin que tous les candidats trouvent bien le même arrondi.)*

Exercice 19 : *(J'aime bien ce problème car il porte sur « l'effet de structure »)*

Ici, difficile de faire un tableau, puisqu'il y a trois critères : filles/garçons ayant réussi/n'ayant pas réussi, Université du Nord/Université du sud : il faudrait un tableau à triple entrée, en trois dimensions !

Répondons donc aux questions qui nous guident l'une après l'autre :

1) Dans l'Université du Nord :

- 82 % des 500 garçons ont réussi, soit $0,82 \times 500 = 410$ garçons.
- 80 % des 500 filles ont réussi, soit $0,80 \times 500 = 400$ filles.

2) Dans l'Université du Sud,

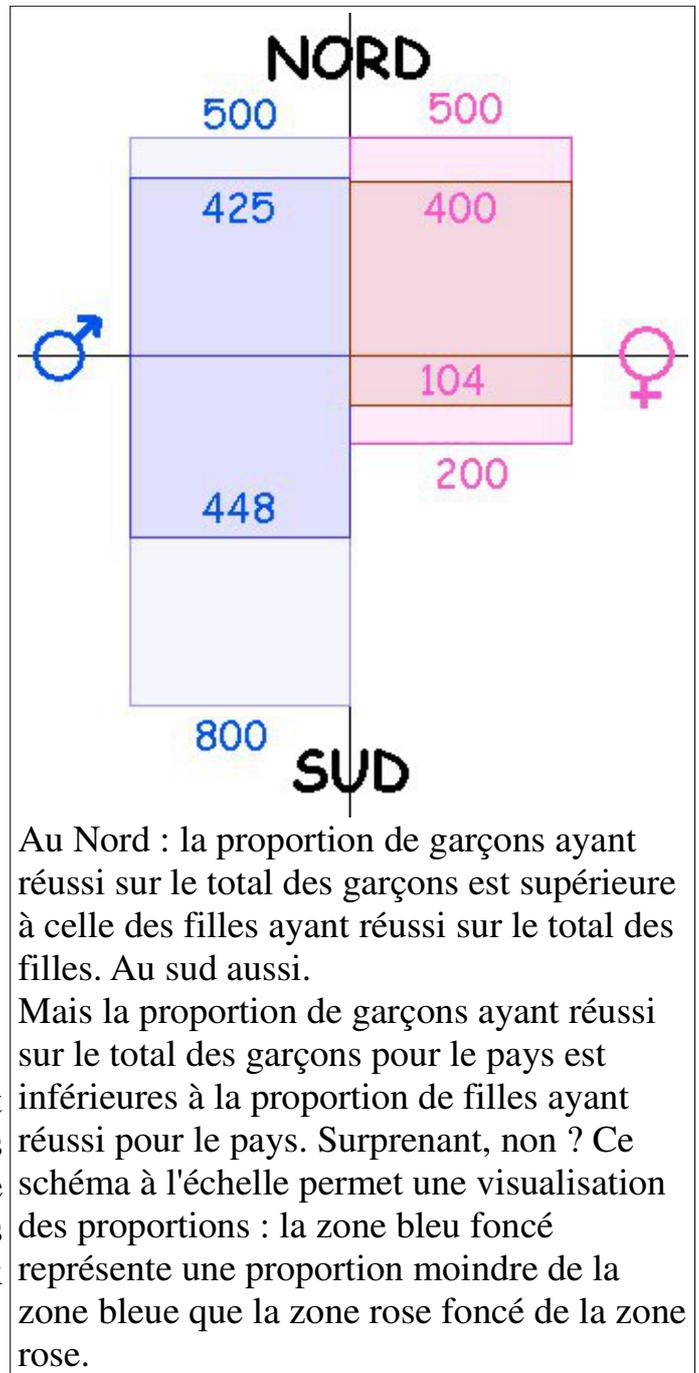
- 56 % des 800 garçons ont réussi, soit $0,56 \times 800 = 448$ garçons
- 52 % des 200 filles ont réussi, soit $0,52 \times 200 = 104$ filles

3) a) Le nombre de garçons candidats dans le pays était donc :
 425 au Nord + 448 au Sud = 873 garçons.
 Le nombre total de garçons ayant passé l'examen dans le pays était de :
 $500 + 800 = 1300$
 Le pourcentage de garçons ayant réussi parmi tous ceux qui ont passé l'examen dans le pays était donc de : $\frac{873}{1300} \approx 0,6715 = 67,15\%$
 Environ **67,15 %** des garçons ayant passé l'examen dans le pays l'ont réussi.

b) Le nombre de filles ayant réussi dans le pays était donc :
 400 au Nord + 104 au Sud = 504 filles en tout.
 Le nombre total de filles ayant passé l'examen était de : $500 + 200 = 700$.
 Le pourcentage de filles ayant réussi l'examen parmi celles qui l'ont passé dans le pays a donc été de :

$$\frac{504}{700} \approx 0,7243 = 72,43\%$$

c) La conclusion du dictateur, si elle était vérifiée pour chacune des universités prises à part, ne l'est plus si on considère l'ensemble des garçons des deux universités réunies et l'ensemble des filles des deux universités réunies.



Exercice 20 : Cet exercice est semblable à l'exemple du cours sur les élèves d'une classe « pratiquant une activité musicale » ou non.

Dans cette classe, il y a 40 % de garçons, donc $100\% - 40\% = 60\%$ de filles.

30 % des garçons sont demi-pensionnaires. Donc le pourcentage de garçons demi-pensionnaires par rapport à l'ensemble des élèves de la classe est de :

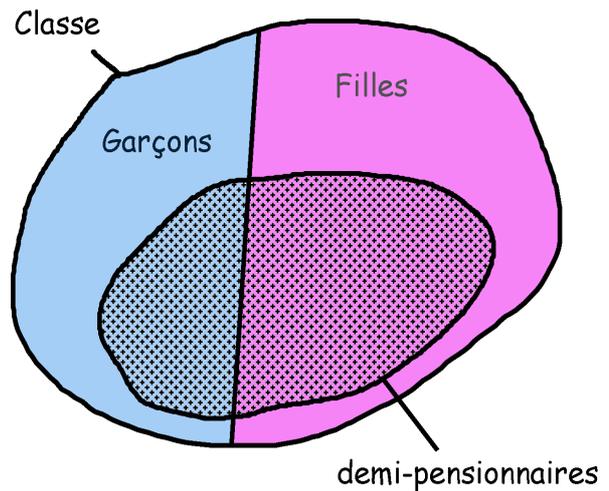
$$30\% \text{ de } 40\% = 0,3 \times 0,4 = 0,12 = 12\%$$

Dans la classe, 12 % des élèves sont des garçons demi-pensionnaires.

50 % des filles sont demi-pensionnaires.
 Donc le pourcentage de filles demi-pensionnaires par rapport à l'ensemble des élèves de la classe est de :
 $50 \% \text{ de } 60 \% = 0,5 \times 0,6 = 0,30 = 30 \%$
 Dans la classe, 30 % des élèves sont des filles demi-pensionnaires.

Les 12 % de garçons demi-pensionnaires et les 30 % de filles demi-pensionnaires sont deux sous-ensembles disjoints de l'ensemble des élèves de la classe. On peut donc additionner les pourcentages :
 $12 \% + 30 \% = 42 \%$.

Représentation « à main levée » de la situation :



Le pourcentage d'élèves demi-pensionnaires dans cette classe est de 42 %.

Exercice 21 : Cette fois j'ai fait un schéma à l'échelle (histoire de varier les types de représentations)

1) $100 \% - 25 \% = 75 \%$
 75 % des employés de l'entreprise ont voté.

2 % de 75 % = $0,02 \times 0,75 = 0,015 = 1,5 \%$
 1,5 % des employés de l'entreprise ont voté « contre » le projet. Ce pourcentage est bien inférieur à 10 %.

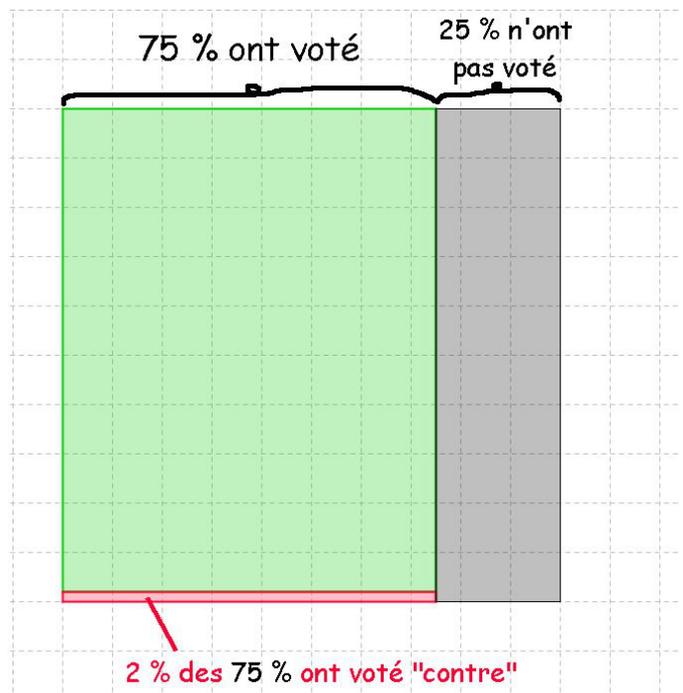
2) Les employés n'ayant pas voté et ceux qui ont voté « contre » représentent :
 $25 \% + 1,5 \% = 26,5 \%$ des employés de l'entreprise. (Ce sont bien deux sous-

ensembles disjoints avec des pourcentages se référant au même total, on peut les additionner)

$$100 \% - 26,5 \% = 73,5 \%$$

En admettant que tous les employés qui ont voté et n'ont pas voté « contre » aient voté « pour » le plan, ils sont seulement 73,5 % des employés de l'entreprise.

Et même, en allant plus vite : si 25 % des employés n'ont pas voté, seulement 75 % ont voté donc 90 % n'ont pas pu voter « pour » le plan ! Il est donc faux qu'au moins 90 % des employés ont voté « pour » le plan.



Exercice 22 :

1) Cette question s'apparente aussi à l'exemple du cours concernant les garçons et les filles qui pratiquent une activité musicale ou non.

(ci-contre, je me suis amusée à faire un schéma aux proportions avec Geogebra, au prix de quelques calculs et résolutions d'équations : les profs de maths s'amusez comme ils peuvent !)

70 % des salariés sont des hommes et 6 % de ces hommes sont des cadres.

$$6 \% \text{ de } 70 \% = 0,06 \times 0,7 \\ = 0,042 = 4,2 \%$$

4,2 % des salariés de l'entreprise sont à la fois des hommes et des cadres.

$$100 \% - 70 \% = 30 \%$$

30 % des salariés de l'entreprise sont des femmes.

4 % de ces femmes sont des cadres.

$$4 \% \text{ de } 30 \% = 0,04 \times 0,3 = 0,012 = 1,2 \%$$

1,2 % des salariés de cette entreprise sont à la fois des femmes et des cadres.

4,2 % des salariés de l'entreprise sont à la fois des hommes et des cadres.

1,2 % des salariés de l'entreprise sont à la fois des femmes et des cadres.

Il s'agit bien de deux sous-ensembles disjoints d'un même total.

$$4,2 \% + 1,2 \% = 5,4 \%$$

5,4 % des salariés de cette entreprise sont des cadres.

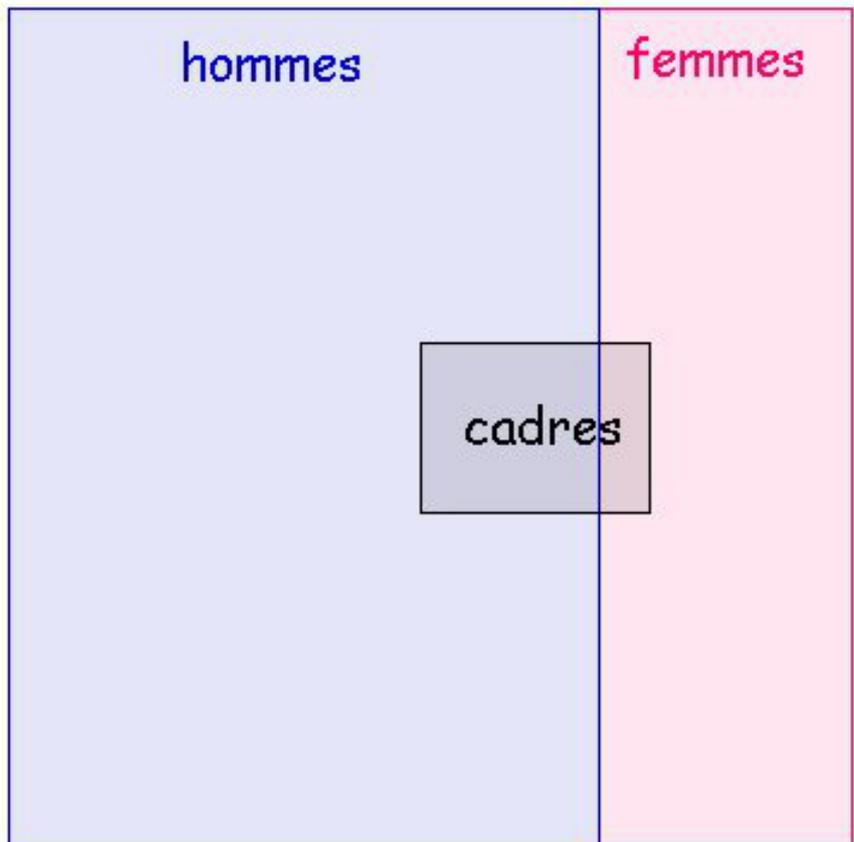
2) Dans cette question, on sait :

- Que 5,4 % des salariés de l'entreprise sont des cadres.
- Que cette entreprise compte 23 cadres.

Méthode 1 (en se basant sur le cours sur les pourcentages partie 1) :

$$\text{Pourcentage de proportion} = \frac{\text{Effectif de la partie}}{\text{Effectif total}}$$

Donc : Effectif total \times Pourcentage de proportion = Effectif de la partie



Donc : $Effectif\ total = \frac{Effectif\ de\ la\ partie}{Pourcentage\ de\ proportion}$

$$\frac{23}{5,4\%} = \frac{23}{0,054} = \frac{23000}{54} \approx 425,9 \approx 426$$

Ici, on n'obtient pas un nombre entier. On suppose alors que les pourcentages indiqués dans l'énoncé sont des valeurs approchées, et on arrondit le résultat à l'entier le plus proche : 426 à un dixième près.

On peut faire quelques calculs complémentaires pour vérifier, en partant de l'hypothèse qu'il y a bien 426 salariés dans l'entreprise (On cherche s'il est vrai que 23 salariés sur ces 426 sont des cadres, avec juste les données de la première question) :

70 % de 426 = $0,7 \times 426 \approx 298$. L'entreprise compte 298 salariés-hommes.
 426 – 298 = 128. L'entreprise compte 128 salariées-femmes.

6 % de 298 = $0,06 \times 2,98 = 17,88 \approx 18$. Il y a 18 cadres-hommes.
 4 % de 128 = $0,04 \times 128 = 5,12 \approx 5$. Il y a 5 cadres-femmes.

18+5=23 . Il y a bien 23 cadres dans l'entreprise.

Méthode 2 : (En utilisant un tableau de proportionnalité)

	effectif		%
cadres	23	▼	5,4
total	?	▲	100

$$? = \frac{23 \times 100}{5,4} \approx 426$$

On trouve bien le même résultat, à savoir que l'entreprise compte 426 salariés.